LOGIKA MATEMATIKA

Suka gak suka pasti bisa ...!

10

modus tollens

modus ponens

Silogisme

Nurmaya

Tsena c w

Untuk Siswa SMA Kelas X

UNDANG-UNDANG REPUBLIK INDONESIA
NOMOR 19 TAHUN 2002
TENTANG HAK CIPTA

PASAL 72
KETENTUAN PIDANA
SANKSI PELANGGARAN

Prakarta

Puji syukur kehadirat Allah SWT, akhirnya penulis dapat menyelesaikan sebuah modul yang berjudul "Logika Matematika" untuk kelas X SMA.

Penyusunan modul ini dilatarbelakangi oleh keinginan penulis untuk memberikan menu santapan belajar kepada siswa dengan metode yang mudah dimengerti dan dilengkapi dengan aplikasinya dalam teknologi dan kehidupan sehari-hari.

Untuk mengembangkan kemampuan siswa maka modul ini dilengkapi dengan latihan soal berupa pilihan ganda dan esai. Latihan soal untuk meningkatkan pemahaman sebuah teori dan konsep dibuat terurut sesuai hierarki materi. Dengan bentuk, struktur dan komposisi materi seperti itu, penulis berharap modul ini akan membimbing para siswa untuk berlatih secara mandiri dan akhirnya sampai terampil dalam mengerjakan berbagai soal matematika.

Walaupun demikian, penulis mengakui "tak ada gading yang tak retak". Oleh karena itu, penulis menerima kritik dan saran yang konstruktif dari seluruh pembaca dan pengguna modul ini sehingga modul ini menjadi lebih sempurna pada masa-masa mendatang.

Cirebon, Oktober 2013

Penulis

DAFTAR ISI

PRAKARTA 2
DAFTAR ISI 3
KATA-KATA MOTIVASI UNTIK SISWA SMA 4
PRELIM 5

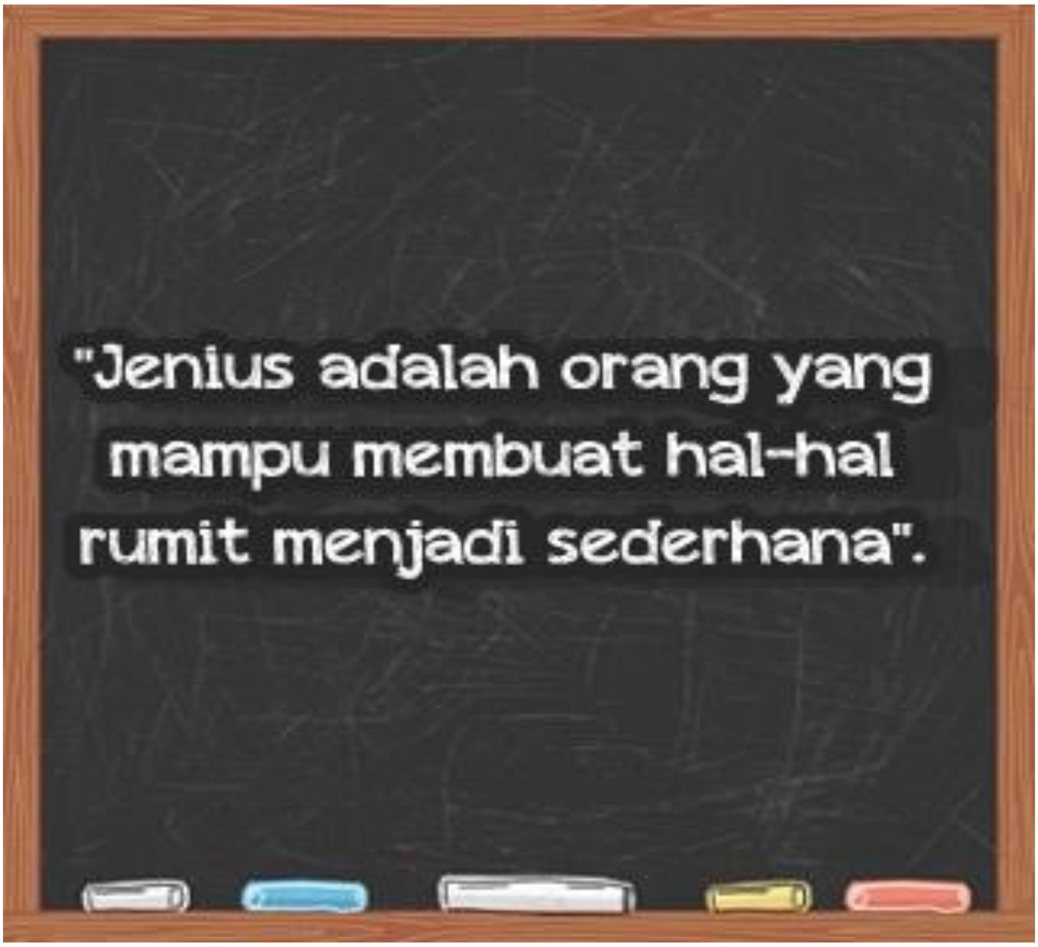
BAB LOGIKA MATEMATIKA 6
A. Sejarah Logika Matematika 7
B. Pernyataan, Kalimat Terbuka, dan Nilai Kebenaran 8
C. Ingkaran aratu Negasi 10
D. Pernyataan Majemuk 12
E. Ekuivalensi, Tautologi, Kontradiksi, dan Kontingensi 15
F. Konvers, Invers, dan Kontraposisi 17
G. Pernyataan Berkuantor 18
H. Penarikan Kesimpulan 20
I. Bukti Langsung dan Tak Langsung 23
J. Aplikasi Logika Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari 25
Uji Kompetensi 28

DAFTAR PUSTAKA 30

Petunjuk Penggunaan Quiz Maker 31

Biodata Penulis 32

Deskripsi Kerja Kelompok 33


"Jenius adalah orang yang
mampu membuat hal-hal
rumit menjadi sederhana".

PRELIM

Petunjuk penggunaan modul: Modul ini digunakan untuk bahan ajar matematika kelas X SMA.

Peta Konsep Modul Logika Matematika

p	q	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	S	B	B	S
S	S	S	S	B	B

TABEL KEBENARAN

RUMUS EKUIVALENSI

1. $p \Rightarrow q \cong \sim q \Rightarrow \sim p \cong \sim p \vee q$
2. $\sim (p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$
3. $\sim (p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$
4. $\sim (p \Rightarrow q) \cong p \wedge \sim q$

Logika

1.Modus Ponens

$p \Rightarrow q$
p

$\therefore q$

2.Modus Tollens

$p \Rightarrow q$
$\sim q$

$\therefore \sim p$

3.Silogisme

$p \Rightarrow q$
$q \Rightarrow r$

$\therefore p \Rightarrow r$

BEBERAPA INGKARAN

~ (semua) = beberapa
~ (beberapa) = semua
$\sim (p \Rightarrow q) = p \wedge \sim q$
$\sim (p \Leftrightarrow q) = \sim p \Leftrightarrow q = p \Leftrightarrow \sim q$

DEFINISI KONVERS DKK
Diketahui $p \Rightarrow q$ (implikasi)
maka :

- $q \Rightarrow p$ (konvers)
- $\sim p \Rightarrow \sim q$ (invers)
- $\sim q \Rightarrow \sim p$ (kontraposisi)

Mata Pelajaran	: Logika Matematika
Kelas	: X (Sepuluh)
Semester	: I
Tahun Ajar	: 2013/2014

Logika Matematika

STANDAR KOMPETENSI:

Menggunakan logika matematika dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor.

KOMPETENSI DASAR:

- Memahami pernyataan dalam matematika dan ingkaran atau negasinya.
- Menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor.
- Merumuskan pernyataan yang setara dengan pernyataan majemuk atau pernyataan berkuantor yang diberikan.
- Menggunakan prinsip logika matematika yang berkaitan dengan pernyataan berkuantor dalam penarikan kesimpulan dan pemecahan masalah.

TUJUAN PEMBELAJARAN:

Setelah mempelajari modul ini siswa diharapkan dapat**:**

- membedakan antara pernyataan dan bukan pernyataan.
- membedakan pernyataan yang bersifat terbuka dan pernyataan yang sudah memiliki nilai kebenaran.
- menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan dan ingkarannya
- merumuskan pernyataan yang setara dengan pernyataan majemuk atau pernyataan berkuantor yang diberikan.
- menggunakan prinsip logika matematika yang berkaitan dengan pernyataan berkuantor dalam penarikan kesimpulan dan pemecahan masalah.

A Sejarah Logika Matematika

Matematika tidak hanya berisikan rumus-rumus serta hitung-hitungan yang merumitkan tetapi juga dapat mengungkapkan tentang asal usul matematika itu.

Logika berasal dari kata Yunani kuno (logos) yang berarti hasil pertimbangan akal pikiran yang diutarakan lewat kata dan dinyatakan dalam bahasa. Logika adalah salah satu cabang filsafat.Logika merupakan sebuah ilmu pengetahuan dimana obyek materialnya adalah berpikir (khususnya penalaran/proses penalaran) dan obyek formal logika adalah berpikir/penalaran yang ditinjau dari segi ketepatannya.

Logika matematika dimulai saat Thales. Thales mengatakan bahwa air adalah arkhe (Yunani) yang berarti prinsip atau asas utama alam semesta.Saat itu Thales telah mengenalkan logika induktif.

Sejak saat Thales sang filsuf mengenalkan pernyataannya, logika telah mulai dikembangkan.

Kaum Sofis beserta Plato (427 SM-347 SM) juga telah merintis dan memberikan saran-saran dalam bidang ini.

Pada masa Aristoteles logika masih disebut dengan analitica, yang secara khusus meneliti berbagai argumentasi yang berangkat dari proposisi yang benar, dan dialektika yang secara khusus meneliti argumentasi yang berangkat dari proposisi yang masih diragukan kebenarannya. Inti dari logika Aristoteles adalah silogisme.

Logika masuk kedalam kategori matematika murni karena matematika adalah logika yang tersistematisasi. Matematika adalah pendekatan logika kepada metode ilmu ukur yang menggunakan tanda-tanda atau simbol-simbol matematik (logika simbolik). Logika tersistematisasi dikenalkan oleh dua orang dokter medis, Galenus (130-201 M) dan Sextus Empiricus (sekitar 200 M) yang mengembangkan logika dengan menerapkan metode geometri.

Puncak logika simbolik terjadi pada tahun 1910-1913 dengan terbitnya Principia Mathematica tiga jilid yang merupakan karya bersama Alfred North Whitehead (1861 - 1914) dan Bertrand Arthur William Russel (1872 - 1970).

B Pernyataan, Kalimat Terbuka, dan Nilai Kebenaran

1. Pernyataan

Definisi

Pernyataan adalah suatu kalimat yang menerangkan (menyatakan) sesuatu yang hanya bernilai benar atau salah saja, tetapi tidak keduanya.

Contoh:

i) "6 adalah bilangan genap", kalimat ini *benar*.

ii) "12 adalah bilangan ganjil", kalimat ini *salah*

Kalimat yang dapat digolongkan pernyataan adalah kalimat-kalimat yang menerangkan sesuatu (disebut kalimat deklaratif). Namun, perlu diingat bahwa tidak semua kalimat deklaratif itu merupakan pernyataan. Perhatikan kalimat-kalimat deklaratif berikut ini.

i) Menara itu tinggi.

ii) Nasi soto enak.

iii) Letak kota Surabaya jauh.

Kalimat-kalimat di atas dapat bernilai benar saja atau salah saja, tetapi bersifat relative (bergantung pada keadaan). Kalimat-kalimat seperti ini juga bukan pernyataan.

2. Kalimat Terbuka

Definisi

Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat peubah/variabel, sehingga belum dapat ditentukan nilai kebenarannya (benar atau salah).

Contoh:

i) $2x + 3 = 11$

ii) $Y - 3 < 4$

iii) Himpunan penyelesaian persamaan $x + 4 = 10$ (x peubah pada himpunan bilangan real) adalah HP = $\{6\}$.

3. Notasi dan Nilai Kebenaran Suatu Pernyataan

Dalam logika matematika, suatu pernyataan biasa dinotasikan dengan huruf kecil p, q, r, …, dan sebagainya.

Benar atau salahnya suatu pernyataan dapat ditentukan dengan memakai dasar empiris dan dasar tak-empiris.

a. Dasar Empiris, yaitu menentukan benar atau salahnya sebuah pernyataan berdasarkan fakta yang ada atau yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari.
b. Dasar Tak-Empiris, yaitu menentukan benar atau salahnya sebuah pernyataan dengan memakai bukti atau perhitungan dalam matematika.

Untuk pernyataan yang bernilai benar dikatakan mempunyai nilai kebenaran B (benar), sedangkan untuk pernyataan yang salah dikatakan mempunyai nilai kebenaran S (salah). Kata nilai kebenaran dilambangkan dengan memakai huruf Yunani τ (dibaca: tau).

Contoh :

- p : 12 + 3 = 7
- q : manusia bernafas dengan peru-paru.

sehingga:

- τ (p) = S (dibaca: nilai kebenaran dari pernyataan p adalah salah).
- τ (q) = B (dibaca: nilai kebenaran dari pernyataan q adalah benar).

Latihan 1

1. Diantara kalimat-kalimat berikut ini, manakah yang merupakan pernyataan? Jika kalimat itu merupakan pernyataan, tentukan pula nilai kebenarannya (benar atau salah).
   a) Air adalah benda padat
   b) Tutuplah jendela itu !
   c) Jakarta adalah ibukota Republik Indonesia

2. Diantara kalimat-kalimat berikut ini, manakah yang merupakan pernyataan dan manakah yang merupakan kalimat terbuka?
   a) 101 adalah bilangan prima.
   b) $x - 4 < 10$
   c) $3x + y = 9$

3. Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan berikut
   a) p : 35 habis dibagi 2
   b) q : satu jam sama dengan 360 detik
   c) r : jumlah besar sudut dalam lingkaran adalah 360^{o}

C Ingkaran atau Negasi

Definisi

Negasi atau ingkaran suatu pernyataan adalah pernyataan yang menyangkal pernyataan yang diberikan. Negasi atau ingkaran suatu pernyataan *p*, ditulis ~*p* dan dibaca "tidak benar bahwa *p*" atau "bukan *p*".

Tabel Kebenaran Pernyataan dan Negasi

p	~p
B	S
S	B

Contoh:

Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut serta nilai kebenarannya.

Sumbu simetri parabola $y = x^2 - 4x - 5$ adalah garis $x = 5$

Pembahasan:

- p : Sumbu simetri parabola $y = x^2 - 4x - 5$ adalah garis $x = 5$
- ~p : tidaklah benar bahwa Sumbu simetri parabola $y = x^2 - 4x - 5$ adalah garis $x = 5$

karena $\tau(p)$ = S, maka $\tau(\sim p)$ =B.

Hubungan Antara Ingkaran Pernyataan dengan Komplemen Himpunan

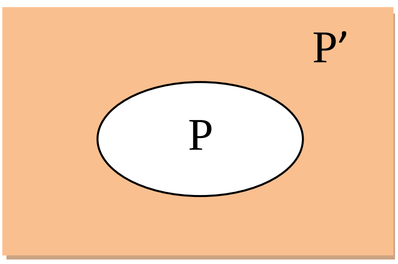
Jika *p* merupakan himpunan penyelesaian kalimat terbuka *p*(x) dalam semesta S, *p* merupakan pernyataan yang terbentuk dengan mengganti x ∈ S, maka komplemen dari himpunan *p* (ditulis P') merupakan himpunan penyelesaian kalimat terbuka $\sim p(x)$ dalam semesta S yang sama.

Ketentuan tersebut dapat dituliskan dengan memakai lambang himpunan sebagai berikut.

P = {x | p(x) }, p benar jika x ∈ P

P' = {x | $\sim p(x)$ }, $\sim p$ benar jika x ∈ P'

Perhatikan diagram Venn berikut



P' = {x | $\sim p(x)$ }

Contoh:

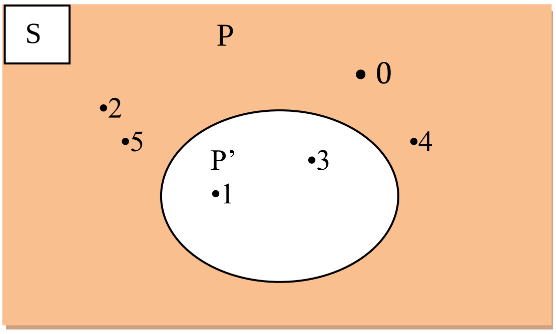
Tinjaulah kalimat terbuka p(x): $x^2 - 4x + 3 = 0$ dalam semesta pembicaraan himpunan S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Pernyataan P diperoleh dari kalimat terbuka p(x) dengan cara mengganti peubah x dengan anggota pada semesta pembicaraan S.

Sekarang perhatikan analisis berikut.

(1) Jika P adalah HP kalimat terbuka p(x): $x^2 - 4x + 3 = 0$ dalam semesta pembicaraan S, maka himpunan P = {1, 3}.

(2) Ingkaran p(x) adalah ~p(x): $x^2 - 4x + 3 \neq 0$. HP kalimat terbuka ~p(x) dalam semesta pembicaraan S adalah P' = {0, 2, 4, 5, 6}.

Himpunan P dan P' dilukiskan dengan diagram Venn pada gambar berikut



Dengan menggunakan lambang himpunan, ungkapan di atas dapat ditulis sebagai berikut.

- P = {x | $x^2 - 4x + 3 = 0$ }, p benar jika x ∈ P
- P' = {x | $x^2 - 4x + 3 \neq 0$ }, $\sim p$ benar jika x ∈ P'

Latihan 2

1. Tentukan ingkaran atau negasi dari pernyataan-pernyataan berikut serta tentukan nilai kebenarannya
   a. Persamaan $6x^2 - 12x + 6 = 0$ memiliki dua akar kembaar
   b. Log 5 + log 2 = 1
   c. Semua burung berbulu hitam
   d. Salah bahwa 1 – 4 = -3

2. Diketahui kalimat terbuka p(x): $x^2 - 6x + 5 < 10$. Peubah x pada kalimat terbuka p(x) berada dalam semesta pembicaraan S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Pernyataan p terbentuk dari p(x) dengan cara mengganti x ∈ S dan pernyataan $\sim p$ terbentuk dari $\sim p(x)$ dengan cara mengganti x ∈ S.
   a. Carilah nilai-nilai x ∈ S sehingga p bernilai benar.
   b. Carilah nilai-nilai x ∈ S sehingga $\sim p$ bernilai benar.
   c. Gambar diagram Venn

D Pernyataan Majemuk

Definisi

Pernyataan majemuk adalah gabungan dari dua atau lebih pernyataan sederhana dengan menggunakan kata hubung logika. Nilai kebenaran pernyataan majemuk tergantung pada nilai kebenaran pernyataan-pernyataan yang membentuknya.

Berikut ini, kita akan mempelajari bentuk-bentuk pernyataan majemuk antara lain konjungsi, disjungsi, implikasi, dan biimplikasi.

1. Konjungsi

Konjungsi merupakan salah satu bentuk pernyataan majemuk yang menggunakan kata hubung logika "dan". Konjungsi dari dua pernyataan sederhana *p* dan *q* dinotasikan sebagai

$$p \wedge q$$

dibaca: p dan q

Suatu konjungsi akan *bernilai benar*, jika kedua *pernyataan pembentuknya bernilai benar* dan *bernilai salah*, jika *salah satu atau keduanya bernilai salah*. Perhatikan tabel kebenaran konjungsi di samping!

P	q	p ∧ q
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Tabel Kebenaran Konjungsi p ∧ q

Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari bentuk konjungssi berikut !

Pulau Jawa lebih luas daripada Pulau Irian dan 2 adalah bilangan genap.

Pembahasan:

p : Pulau Jawa lebih luas daripada Pulau Irian.

q : 2 adalah bilangan genap.

Karena $\tau(p)$ = S, maka $\tau(q)$ =B, maka berdasarkan tabel kebenaran konjungsi diperoleh $\tau(p \wedge q)$ = S.

Catatan

Bentuk konjungsi p ∧ q dapat juga dibaca sebagai:

a. p dan q
b. p tetapi q
c. p meskipun q
d. p walaupun q

2. Disjungsi

Disjungsi merupakan salah satu bentuk pernyataan majemuk yang menggunkan kata hubung logika “atau”. Disjungsi dari dua pernyataan sederhana *p* dan *q* dinotasikan sebagai

$$p \vee q$$

dibaca: p atau q

Suatu disjungsi memikili *nilai kebenaran salah*, jika *kedua* pernyataan pembentuknya *bernilai salah*. Akan tetapi, *berniali benar* jika *salah satu atau keduanya bernilai benar*. Perhatikan tabel kebenaran disjungsi di samping!

P	q	p ∨ q
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Tabel Kebenaran Disjungsi p ∨ q

Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari bentuk disjungsi berikut !

$^{2}\log 3.\ ^{3}\log 8 = 3$ atau Yogyakarta kota pendidikan.

Pembahasan:

p : $^{2}\log 3.\ ^{3}\log 8 = 3$

q : Yogyakarta kota pendidikan.

Karena $\tau(p)$ = B, maka $\tau(q)$ =B, maka berdasarkan tabel kebenaran disjungsi diperoleh $\tau(p \vee q)$ = B.

3. Impilikasi

Implikasi merupakan salah satu bentuk pernyataan majemuk yang menggunkan kata hubung logika “jika ... maka ...”. Bentuk implikasi dari dua pernyataan sederhana *p* dan *q* dinotasikan sebagai

$$p \Rightarrow q$$

dibaca: jika p, maka q

Pernyataan implikasi p ⇒ q memikili *nilai kebenaran salah*, jika *anteseden p bernilai benar dan konsekuen q bernilai salah.* Perhatikan tabel kebenaran implikasi di samping!

p	q	p ⇒ q
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Tabel Kebenaran Impilkasi p ⇒ q

Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari bentuk implikasi berikut !

Jika log 5 + log 15 = log 20, maka log 15 – log 5 = log 3

Pembahasan:

p : log 5 + log 15 = log 20.

q : log 15 – log 5 = log 3.

Karena $\tau(p)$ = S, maka $\tau(q)$ =B, maka berdasarkan tabel kebenaran implikasi diperoleh $\tau(p \Rightarrow q)$ = B.

4. Biimplikasi

Biimplikasi merupakan salah satu bentuk pernyataan majemuk yang menggunkan kata hubung logika “jika ... dan hanya jika ...”. Bentuk biimplikasi dari dua pernyataan sederhana *p* dan *q* dinotasikan sebagai

$$p \Leftrightarrow q$$

dibaca: p jika dan hanya jika q

Biimplikasi memikili *nilai kebenaran benar*, jika *anteseden p dan konsekuen q memiliki nilai kebenaran yang sama*. Perhatikan tabel kebenaran biimplikasi di samping!

p	q	p ⇔ q
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Tabel Kebenaran Biimpilkasi p ⇔ q

Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari bentuk disjungsi berikut !

$^{2}\log 16 = 4$ jika dan hanya jika $2^4 = 16$.

Pembahasan:

p : $^{2}\log 16 = 4$

q : $2^4 = 16$.

Karena $\tau(p)$ = B, maka $\tau(q)$ = B, maka berdasarkan tabel kebenaran biimplikasi diperoleh $\tau(p \Leftrightarrow q)$ = B.

Latihan 3

1. Diketahui p: Nisa siswa SMA 1 Cirebon.
   q: Nisa anak yang malas.
   Nyatakan bentuk logika berikut dalam kalimat !
   a. $p \wedge q$
   b. $\sim p \vee q$
   c. $p \wedge \sim q$

2. Tentukan nilai *x* agar pernyataan p(x) ⇔ q(x) berikut merupakan biimplikasi bernilai benar !
   a. p(x): $3x^2 - 2x = 5$
   q(x): Persegi menempati bingkainya dengan 6 cara.

   b. p(x): $3x - 4 < 5,\ x \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$
   q(x): 3 bilangan prima.

E Ekuivalensi, Tautologi, Kontradiksi, dan Kontingensi.

1. Ekuivalensi

Dua pernyataan majemuk A dan B dikatakan ekuivalen atau setara dalam logika, jika memiliki nilai kebenaran yang sama dan dinotasikan oleh $A \cong B$.

Tabel Kebenaran Ekuivalensi

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
B	B	S	B	B
B	S	S	S	S
S	B	B	B	B
S	S	B	B	B

ekuivalen

Bentuk-bentuk logika yang ekuivalen:

a. Hukum Komutatif : 1) $p \wedge q \cong q \wedge p$
2) $p \vee q \cong q \vee p$

b. Hukum Asosiatif : 1) $(p \wedge q) \wedge r \cong p \wedge (q \wedge r)$
2) $(p \vee q) \vee r \cong p \vee (q \vee r)$

c. Hukum Distributif : 1) $p \wedge (q \vee r) \cong (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
2) $p \vee (q \wedge r) \cong (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

d. Hukum de Morgan : 1) $\sim (p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$
2) $\sim (p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$

Contoh :
Tunjukkan dengan menggunakan tabel kebenaran bahwa $\sim (p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$

Pembahasan:

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	S	S	B	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B	B
S	B	B	S	S	B	B	B
S	S	B	B	S	B	B	B

Ekuivalen

2. Tautologi

Suatu pernyataan majemuk dengan nilai kebenarannya *selalu benar* disebut *tautologi*. Sebagai contoh, pernyataan $p \Rightarrow (p \vee q)$.

P	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$
B	B	B	B
B	S	B	B
S	B	B	B
S	S	S	B

Tabel Kebenaran Tautologi $p \Rightarrow (p \vee q)$

Perhatikan bahwa dari tabel di samping, nilai kebenaran dari $p \Rightarrow (p \vee q)$ adalah selalu benar sehingga $p \Rightarrow (p \vee q)$ merupakan suatu tautologi.

3. Kontradiksi

Suatu pernyataan majemuk dengan nilai kebenarannya *selalu salah* disebut *kontradiksi*. Sebagai contoh, pernyataan $(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$.

P	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow \sim q$	$(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$
B	B	S	B	S	S
B	S	B	S	B	S
S	B	S	S	B	S
S	S	B	S	B	S

Tabel Kebenaran Kontradiksi $(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$

Perhatikan bahwa dari tabel diatas, nilai kebenaran dari $(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ adalah selalu salah sehingga $(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ merupakan suatu kontradiksi.

4. Kontingensi

Suatu pernyataann majemuk yang memiliki nilai kebenaran benar dan salah disebut juga sebagai *kontingensi*. Sebagai contoh, pernyataan $(p \vee q) \Rightarrow r$ pada tabel di bawah ini !

p	q	R	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
B	B	B	B	B
B	B	S	B	S
B	S	B	B	B
B	S	S	B	S
S	B	B	B	B
S	B	S	B	S
S	S	B	B	B
S	S	S	S	B

Tabel Kebenaraan Kontingensi $(p \vee q) \Rightarrow r$

Latihan 4

1. Buktikan dengan menggunaka tabel kebenaran bahwa pernyataan-pernyataan berikut benar !
   a. $\sim(\sim p \vee \sim q) \cong p \wedge q$
   b. $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim r) \cong (p \wedge r) \Rightarrow \sim q$
   c. $(p \wedge q) \Rightarrow r \cong (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

2. Tentukan diantara pernyataan-pernyataan berikut yang termasuk tautologi, kontradiksi, dan kontingensi !
   a. $(p \wedge q) \Rightarrow p$
   b. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
   c. $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$
   $d.$ $(p \Leftrightarrow q) \vee (q \Leftrightarrow r)$

F Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Misalnya diberikan suatu implikasi $p \Rightarrow q$. Dari implikasi tersebut dapat dibentuk pernyataan baru seperti berikut.

1. Konvers, yaitu pernyataanyang berbentuk $q \Rightarrow p$
2. Invers, yaitu pernyataan yang berbentuk $\sim p \Rightarrow \sim q$
3. Kontraposisi, yaitu pernyataan yang berbentuk $\sim q \Rightarrow \sim p$

Tabel kebenaran dan implikasi, konvers, dan kontraposisi disajikan sebagai berikut.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

sama

sama

Dengan melihat tabel kebenaran di atas diperoleh kesimpulan sebagai berikut.
1. Implikasi ekuivalen dengan kontraposisi : $p \Rightarrow q \cong \sim q \Rightarrow \sim p$
2. Konvers ekuivalen dengan invers : $q \Rightarrow p \cong \sim p \Rightarrow \sim q$

Contoh :
Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari bentuk bentuk implikasi berikut !
Jika matahai tidak bersinar, maka hari hujan.

Pembahasan:

- Konvers : Jika hari hujan, maka matahari tidak bersinar.
- Invers : Jika matahari bersinar, maka hari tidak hujan.
- Kontraposisi : Jika hari tidak hujan, maka matahari bersinar.

Latihan 5

1. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari bentuk implikasi berikut !
   a. $p \Rightarrow \sim q$
   b. $p \Rightarrow (q \vee \sim r)$
   c. $(\sim p \vee q) \Rightarrow (r \wedge \sim s)$

2. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan – pernyataan implikasi berikut !
   a. Jika ada gula, maka ada semut.
   b. Jika saya berusaha, maka saya berhasil.
   c. Jika kamu tidak belajar, maka kamu tidak lulus.

G Pernyataan Berkuantor

Suatu kalimat terbuka dapat diubah menjadi suatu pernyataan dengan menggunakan *kuantor*. Kuantor adalah suatu ungkapan untuk mengatakan "berapa banyak".

1. Kuantor Universal

Misalkan *p(x)* merupakan kalimat terbuka pada sutu himpunan semesta S. Untuk menyatakan bahwa himpunan penyelesaian kalimat terbuka tersebut adalah himpuana S dapat dituliskan sebagai :

$$\forall x, p(x) dibaca: untuk\ semua\ x, berlaku\ sifat\ p(x)$$

atau

$$(\forall x \in S), p(x) dibaca: untuk\ semua\ x\ anggota\ S, berlaku\ p(x)$$

Lambang ∀ disebut lambang kuantor universal, dibaca 'untuk semua'. Pernyataan $(\forall x)$ p(x) dapat benar tetapi dapat pula salah. Hal itu bergantung pada:

i) himpunan semesta yang ditinjau.
ii) kalimat terbuka p(x).

Contoh :

Nyatakan kalimat terbuka berikut dengan menggunakan kuantor universal !

p(x) : x + 2 = 9, dengan semesta pembicaraan himpunan bilangan bulat B.

Pembahasan :

$(\forall x \in B)$, (x+ 2 = 9)

dibaca : untuk semua bilanagn bulat x, berlaku x+ 2 = 9.

2. Kuantor Eksistensial

Himpunan penyelesaian dati suatu kalimat terbuka p(x) dalam semesta pembicaraan S yang memuat sekurang-kurangnya satu anggota S bukan himpunan kosong dapat ditulsikan sebagai berikut.

$$\exists x, p(x) dibaca: ada\ x\ sedemikian\ sehingga\ \ p(x)$$

atau

$$(\exists x \ \in S), p(x) dibaca: terdapat\ x\ anggota\ S\ sedemikian\ sehingga\ \ p(x)$$

Lambang ∃ disebut lambang kuantor eksistensial, dibaca ‘terdapat’ atau ‘ada’.

Contoh:

Diketahui kalimat terbuka : 2x + 1 = 11. Tentukan pernyataan berkuantor eksistensial serta nilai kebenarannya, jika himpunan semestanya adalah semua bilanagn real R.

Pembahasan:

$(\exists x \in R)$, (2x+ 1 = 11). Pernyataan bernilai benar, sebab ada sebuah x ∈ R, yaitu x = 5 segingga 2x + 1 = 11 terpenuhi.

3. Ingkaran dari Pernyataan Berkuantor

Ingkaran untuk pernyataan berkuantor dinotasika sebagai berikut..

1. $\sim \big(\exists x, p(x)\big) \cong \ \forall x, \ \sim p(x)$
2. $\sim \big(\forall x, p(x)\big) \cong \ \exists x, \ \sim p(x)$

Contoh:

1. Ingkaran dari “$(\exists x, \in B), (x + 2 = 7)$”
2. Ingkaran dari “Semua ikan bertelur” adalah ...

Pembahasan:

1. $\sim(\exists x, \in B), (x + 2 = 7) = \ (\forall x, \in B), (x + 2 = 7)$
2. Ingkaran dari “Semua ikan bertelur” adalah “Ada ikan yang tidak bertelur”.

Latihan 6

1. Nyatakan pernyataan-pernyataan berikut dengan menggunakan kuantor universal atau eksistensial serta tentukan negasinya !
   a. Ada tanaman yang tak berdaun.
   b. Semua makhluk hidup adalah fana.
   c. Semua laki-laki berkaki dua.

2. Jika x dan y ∈ bilangan real R, tentukan nilai kebenaran dari pernyataan berkuantor berikut:
   a. $(\exists x)$ (3x + 2 = 1)
   b. $(\forall x)$ (3x + 2 = 12)
   c. $(\exists x)\ (x^2 - 6x + 5 > 0)$

H Penarikan Kesimpulan

Salah satu tujuan yang penting dari logika matematika adalah untuk memperoleh pengetahaun guna menguji argumentasi atau penarikan kesimpulan.Dalam hal ini, argumentasi merupakan suatu penegasan bahwa dari beberapa pernyataan benar yang diketahui *(premis*) melalui langkah-langkah logis dapat diturunkan suatu pernyataan yang benar yang disebut *kesimpulan* atau *konklusi*. Suatu argumentasi dikatakan berlaku atau sah jika dan hanya jika konjungsi dari premis-premis berimplikasi konklusi.

Catatan

Suatu argumentasi dikatakan sah jika sesuai dengan kaidah modus ponens, modus tollens, dan silogisme.

Berikut merupakan beberapa metode penarikan kesimpulan seperti *modus ponens, modus tollens,* dan *silogisme*.

1. Modus Ponens

Modus Ponens merupakan suatu argumentasi yang sah dengan penarikan kesimpulan didasarkan oleh premis-premis berbentuk $p \Rightarrow q$ yang menghasilkan konklusi q .

Secara umum,

Premis 1: $p \Rightarrow q$
Premis 2: p
____
Konklusi: $\therefore q$

Argumentasi di atas dapat dinyatakan dalam bentuk implikasi sebagai berikut.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$$

Untuk menguji keabsahan argumntasi di atas, dapat dilakukan dengan memeriksa tabel kebenaran berikut.

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Dari tabel diatas terlihat bahwa [(p ⇒q) ∧ p] ⇒q merupakan suatu tautologi. Dengan demikian modus ponens merupakan argumentasi yang sah.

Contoh:

Tentukan kesimpulan argumentasi berikut !

Premis 1 : Jika Ibu ulang tahun, maka Ayah memberi hadiah $\boldsymbol{p \Rightarrow q}$

Premis 2 : Ibu ulang tahun $\boldsymbol{p}$

Kesimpulan : Ayah memberi hadiah. $\therefore \boldsymbol{q}$

2. Modus Tollens

Metode penarikan kesimpulan lainnya adalah modus tollens. Pada modus tollens penarikan kesimpulan didasarkan pada premis-premis p ⇒q dan ~q yang menghasilkan konklusi ~p.

Secara umum,

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: $\sim q$

Konklusi: $\therefore \sim p$

Argumentasi di atas dapat dinyatakan dalam bentuk implikasi sebagai berikut.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$$

Untuk menguji keabsahan argumntasi di atas, dapat dilakukan dengan memeriksa tabel kebenaran berikut.

p	q	~p	~q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$	$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
B	*B*	*S*	*S*	*B*	*S*	*B*
B	*S*	*S*	*B*	*S*	*S*	*B*
S	*B*	*B*	*S*	*B*	*S*	*B*
S	*S*	*B*	*B*	*B*	*B*	*B*

Dari tabel diatas terlihat bahwa $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$ merupakan suatu tautologi. Hal ini berarti modus tollens merupakan salah satu argumentasi yang sah yang dapat digunakan dalam penarikan kesimpulan.

<u>Contoh:</u>

Tentukan kesimpulan dari argumentasi berikut !

Premis 1: Jika harimau binatang buas, maka harimau bukan binatang piaraan. $(p \Rightarrow q)$

Premis 2: Harimau binatang piaraan. $(\sim q)$

Kesimpulan : Harimau bukan binatang buas. $\therefore \sim p$

3. Silogisme

Silogisme merupakan metode penarikan kesimpulan yang didasarkan pada premis-premis berbentuk $p \Rightarrow q$ dan $q \Rightarrow r$ menghasilkan konklusi $p \Rightarrow r$.

Secara umum,

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: $q \Rightarrow r$

Konklusi: $\therefore p \Rightarrow r$

Argumentasi di atas dapat dinyatakan dalam bentuk implikasi sebagai berikut.

$$\boxed{[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r)}$$

Artinya konjungsi dari $p \Rightarrow q$ dan $q \Rightarrow r$ berimplikasi konklusi $p \Rightarrow r$ dan untuk menguji keabsahannya dapat dilakukan dengan memeriksa tabel kebenaran berikut.

p	q	r	p⇒ q	q ⇒ r	p ⇒ r	(p ⇒ q) ∧ (q⇒ r)	[(p ⇒ q) ∧ (q⇒ r)] ⇒ (p ⇒r)
B	B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	S	S	S	B
B	S	B	S	B	B	S	B
B	S	S	S	S	S	S	B
S	B	B	B	B	B	B	B
S	B	S	B	B	B	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B
S	S	S	B	B	B	B	B

Dari tabel diatas terlihat bahwa $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ merupakan suatu tautologi. Dengan demikian, silogisme merupakan argumentasi yang sah yang dapat digunakan dalam penarikan kesimpulan.

Contoh:
Tentukan kesimpulan dari pernyataan berikut !
Jika saya jujur, maka usaha saya berhasil. Jika usaha saya berhasil, maka hidup saya senang.

Pembahasan:

Premis 1	: Jika saya jujur, maka usaha saya berhasil.	$(p \Rightarrow q)$
Premis 2	: Jika usaha saya berhasil, maka hidup saya senang.	$(q \Rightarrow r)$
Kesimpulan	: Jika saya jujur, hidup saya senang.	$\therefore \ (p \Rightarrow r)$

Latihan 7

Tentukan kesimpulan dari premis-premis berikut !

a. Premis 1 : Jika Siti sakit, maka Siti pergi ke dokter.
   Premis 2 : Jika Siti pergi ke dokter, maka ia mendapat obat.

b. Premis 1 : Jika hatinya senang, maka ia tersenyum.
   Premis 2 : Ia tidak tersenyum.

c. Premis 1 : Jika sudut A lancip, maka nilai sin A positif.
   Premis 2 : Sudut A lancip.

d. Premis 1 : Jika x tidak habis dibagi 2, maka x bilangan ganjil.
   Premis 2 : x bilangan ganjil.

I Bukti Langsung dan Tak Langsung

Dalam matematika, suatu argumentasi yang menunjukkan bahwa suatu pernyataan $(p \Rightarrow q)$ merupakan tautologi (benar secara logis) disebut sebagai *bukti*. Pembuktian suatu teorema atau rumus dalam matematika dapat dilakukan dengan menggunakan pernyataan, teorema (rumus) lainnya yang telah dibuktikan kebenarannya atau keduanya. Bukti itu dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu secara *langsung* dan *tak langsung*.

Catatan

Selain menggunakan bukti langsung dan tak langsung, dalam matematika dikenal juga teknik pembuktian yang dinamakan induksi matematika.

1. Bukti Langsung

Untuk menunjukkan pernyataan ($p \Rightarrow q$) benar dapat dilakukan dengan menggunakan premis p untuk mendapatkan konklusi q. Metode pembuktian yang termasuk bukti langsung antara lain modus ponens, tollens, dan silogisme.

Contoh :

Buktikan bahwa untuk semua bilangan bulat *n*, jika *n* adalah bilangan ganjil, maka n^2 adalah bilangan ganjil !

Pembahasan:

Misalnya p: *n* adalah bilanagn bulat ganjil.
q: n^2 adalah bilangan bulat ganjil.

Akan dibuktikan p ⇒ q benar.

Karena n ganjil yaitu *n* = *2k +1*, k ∈ C

maka $n^2 = (2k+1)^2$

$= 4k^2 + 4k + 1$

$= 2\,(2k^2 + 2k) + 1$

$= 2m + 1$

dengan m = $(2k^2 + 2k)$, yang berarti n^2 adalah bilangan bulat ganjil.

Jadi, terbukti p ⇒ q benar.

2. Bukti Tak Langsung

Pemeriksaan sah atau tidaknya suatu argumen dapat juga dilakukan secara tak langsung. Pembuktian secara tak langsung dapat dilakukan secara *kontradiksi* dan *kontraposisi*.

a. Bukti Tak Langsung dengan Kontradiksi

Untuk membuktikan (p⇒ q) benar, dapat dilakukan dengan mengandaikan $\sim q$ benar. Dari $\sim q$ benar kita tunjukkan suatu kontradiksi dengan *p* benar atau dengan pernyataan benar lainnya. Dengan demikian, langkah seharusnya adalah *q* benar sehingga *(p ⇒q)* benar.

Contoh:

Buktikan bahwa "Jika n^2 adalah bilangan ganjil, maka *n* adalah bilangan ganjil" dengan bukti tak langsung !

Pembahasan:

Misalnya *n* adalah bilangan genap, yaitu *n* = 2k, k ∈ B.

Karena n = 2k

maka $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2\,(2k^2)$

= 2*m* dengan *m* = $(2k^2)$

Sehingga n^2 adalah bilangan genap, kontradiksi dengan n^2 adalah bilangan ganjil.

Jadi, terbukti bahwa jika n^2 adalah bilangan ganjil, maka *n* adalah bilangan ganjil.

b. Bukti Tak Langsung dengan Kontraposisi

Untuk membuktikan (p⇒ q) benar, dapat dilakukan dengan mengandaikan $\sim q$ benar. dan di tunjukkan $\sim p$ benar. Dari ~q diperoleh ~p benar sehingga (~q⇒ ~p) adalah benar.

<u>Contoh:</u>

Buktikan bahwa untuk semua bilanagn bulat n, jika n^2 adalah bilangan ganjil, maka n adalah bilangan ganjil !

<u>Pembahasan:</u>

Untuk membuktikan pernyataan di atas dapat dilakukan dengan pembuktian tak langsung dengan kontraposisi.

Misalnya p: n^2 adalah bilangan bulat ganjil.
q: n adalah bilanagn bulat ganjil.

Kemudian misalnya $\sim q$ benar yang berarti n adalah bilangan genap, yaitu n = 2k.

sehingga $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2\,(2k^2)$
= 2m dengan m = $(2k^2)$

yang berarti n^2 adalah bilangan genap.

Dengan demikian, ~p : n^2 adalah bilangan bulat genap.
~q : n adalah bilangan genap.

dan karena ~q ⇒ ~p adalah benar dan p⇒ q ≅ ~q ⇒ ~p.

maka terbukti p⇒ q benar.

Jadi, terbukti bahwa n^2 adalah bilangan bulat ganjil, maka n adalah bilangan ganjil.

Latihan 8

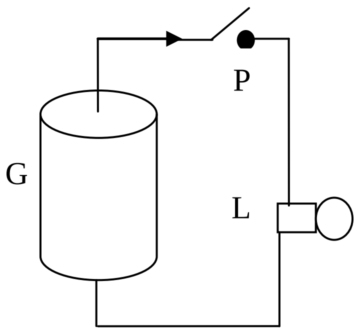
1. Buktikan bahwa tidak ada bilangan rasional yang kuadratnya sama dengan 2.
2. Buktikan bahwa untuk setiap bilangan aslin berlaku $2n \leq 2$
3. Buktikan bahwa untuk setiap bilangan bulat n berlaku n (n+1) genap.

J Aplikasi Logika Matematika dalam Kedidupan Sehari-hari

Logika matematika dalam kehidupan sehari-hari digunakan dalam berbagai hal, salah satunya adalah pengontrolan lift. Panggilan harus disimpan ke dalam urutan guna memberi waktu tunggu terpendek. Gerbang logika dapat menyediakan memori yang diperlukan sekaligus juga mengikuti aturan-aturan yang menentukan dimana lift akan berhenti.

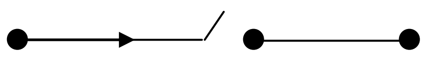
Selain dalam penggunaan lift, logika matematika juga digunakan dalam jaringan listrik. berikut uraiannya.

Penerapan Konjungsi dan Disjungsi pada Jaringan Listrik



Perhatikan jaringan listrik pada gambar di samping, dengan G adalah baterai sebagai sumber arus, p adalah saklar untuk mengatur lewat tidaknya arus pada jaringan, dan L adalah lampu.
Jika saklar P ditekan (keadaan tertutup), arus akan mengalir pada jaringan dan lampu L menyala. Sebaliknya, jika saklar p dilepas (keadaan terbuka), arus tidak mengalir dan lampu L tidak menyala.

Dalam bentuk diagram, jaringan listrik pada gambar di atas dapat disederhanakan menjadi gambar di bawah ini.



a) Jika saklar p dalam keadaan tertutup, arus mengalir pada jaringan. Keadaan ini diberi nilai kebenaran 1.
b) Jika saklar p dalam keadaan terbuka, arus terputus. Keadaan ini diberi nilai kebenaran 0.

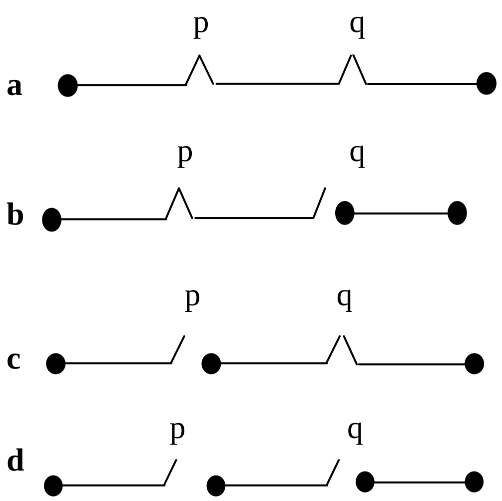
Analogi antara jaringan listrik satu saklar dengan suatu pernyataan ditunjukan pada tabel berikut ini.

p	jaringan listrik
1	Tertutup
0	Terbuka

p	pernyataan
B	Benar
S	Salah

Untuk suatu jaringan listrik yang terdiri dari dua buah saklar, maka kedua saklar itu dapat dirangkai/disusun secara seri atau secara parallel.

1. Jaringan listrik dengan dua saklar disusun secara seri



Perhatikan jaringan listrik dengan rangkaian dua saklar secara seri seperti pada gambar di samping.

Jika kedua saklar p dan q dalam keadaan tertutup (gambar a), terdapat arus yang mengalir melalui jaringan. Jika saklar p tertutup dan q terbuka (gambar b), atau saklar p terbuka dan q tertutup (gambar c), atau kedua saklar p dan q terbuka (gambar d), maka tidak terdapat arus yang mengalir melalui jaringan.

Tabel kebenaran untuk jaringan listrik dengan dua saklar yang dirangkai secara seri ditunjukan pada tabel berikut ini.

Tabel a

p	q	Jaringan listrik
1(tertutup)	1(tertutup)	1(tertutup)
1(tertutup)	0(terbuka)	0(terbuka)
0(terbuka)	1(tertutup)	0(terbuka)
0(terbuka)	0(terbuka)	0(terbuka)

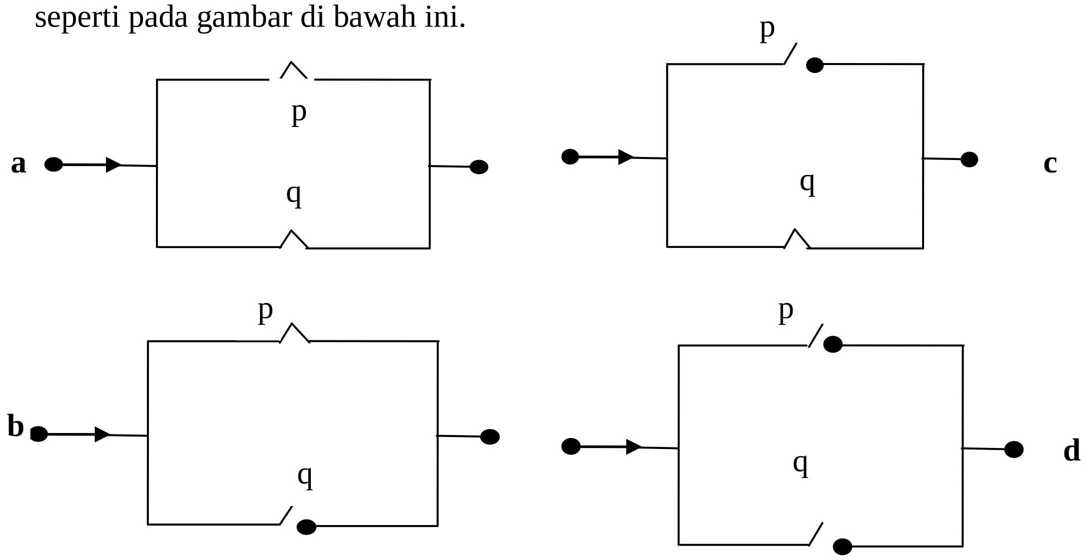
Tabel b

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Dari tabel a, tampak bahwa jaringan listrik dengan dua saklar yang dirangkai secara seri bentuknya sama dengan konjungsi dua buah pernyataan, yaitu $p \wedge q$ (perhatikan pada tabel b)

2. Jaringan listrik dengan dua saklar disusun secara paralel

Sekarang perhatikan jaringan listrik dengan rangkaian dua saklar secara paralel seperti pada gambar di bawah ini.



Jika kedua saklar p dan q tertutup (gambar a), atau saklar p tertutup dan q terbuka (gambar b), atau saklar p terbuka dan q tertutup (gambar c), maka akan terdapat arus yang mengalir melalui jaringan. Jika kedua saklar p dan q terbuka (gambar d), maka tidak terdapat arus yang mengalir melalui jaringan. Dengan demikian, tabel kebenaran untuk jaringan listrik dengan dua saklar yang dirangkai secara sejajar dapat disusun seperti pada tabel berikut ini.

Tabel A

p	q	Jaringan listrik
1(tertutup)	1(tertutup)	1(tertutup)
1(tertutup)	0(terbuka)	1(tertutup)
0(terbuka)	1(tertutup)	1(tertutup)
0(terbuka)	0(terbuka)	0(terbuka)

Tabel B

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Dari tabel a, tampak bahwa jaringan listrik dengan dua saklar yang dirangkai secara paralel bentuknya sama dengan disjungsi dua buah pernyataan, yaitu $p \vee q$ (perhatikan tabel b).

UJI KOMPETENSI

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut !

1. Yang disebut pernyataan adalah ...
   a. kalimat yang mengandung suatu variabel yang mempunyai nilai benar atau nilai salah.
   b. kalimat yang tidak mempunyai nilai benar atau salah.
   c. kalimat yang memiliki nilai benar saja.
   d. kalimat yang memiliki nilai salah saja.
   e. kalimat yang memiliki nilai benar atau salah.

2. Di antara kalimat- kalimat berikut yang merupakan kalimat terbuka adalah ..
   a. suatu bilangan yang dapat dibagi 8 dan juga dapat dibagi 4.
   b. carilah jumlah akar-akar persamaan x^2 + 8x + 12 = 0.
   c. sebutkan siapa nama Wapres Indonesia sekarang.
   d. x adalah sebuah bilangan yang lebih besar dari bilangan prima genap.
   e. bunga mawar selalu berwarna merah.

3. Ingkaran dari “Jika Gita pelajar SMA, maka ia mempunyai kartu pelajar” adalah ..
   a. Gita seorang pelajar SMA atau ia tidak mempunyai kartu pelajar.
   b. Gita seorang pelajar SMA dan ia tidak mempunyai kartu pelajar.
   c. Jika Gita seorang pelajar SMA, maka ia tidak mempunyai kartu pelajar.
   d. Jika Gita mempunyai kartu pelajar, maka ia seorang pelajar SMA.
   e. Jika Gita bukan seorang pelajar SMA, maka ia tidak mempunyai kartu pelajar.

4. Pernyataan “Jika Riri lulus ujian, maka Riri akan menikah” senilai dengan ...
   a. Jika Riri lulus, maka Riri akan menikah.
   b. Jika Riri tidak lulus ujian, maka Riri akan menikah.
   c. Jika Riri tidak lulus, maka Riri tidak menikah.
   d. Jika Riri menikah, maka Riri lulus ujian.
   e. Jika Riri tidak menikah, maka Riri tidak lulus ujian.

5. Kontraposisi pernyataan “Jika adik sakit, maka ia minum obat”, adalah ...
   a. adik tidak sakit, ia tidak minum obat.
   b. adik sehat, ia sedang main kelereng.
   c. adik tidak sakit dan ia tidak minum obat.
   d. adik tidak minum obat, adik bermain sepak bola.
   e. jika adik tidak minum obat, maka adik sehat.

6. kontraposisi $(p \vee q) \Rightarrow q$ adalah ...
   a. $q \Rightarrow \sim(p \vee q)$
   b. $\sim(p \vee q) \Rightarrow \sim q$
   c. $\sim q \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
   d. $q \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
   e. $\sim q \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

7. “Ia tidak tampan dan ia tidak padai” senilai dengan ...
   a. tidak benar ia tampan dan pandai.
   b. tidak benar ia tampan atau pandai.
   c. tidak benar ia tidak tampan atau tidak pandai.
   d. tidak benar ia tidak tampan dan tidak pandai.
   e. ia tidak tampan atau ia pandai.

8. Pernyataan-pernyataan majemuk yang ekuivalen secara logis dengan $p \wedge \sim q$ adalah ...
   (1) $\sim (p \Rightarrow q)$
   (2) $\sim (\sim p \vee q)$
   (3) $\sim (\sim p) \wedge q$

   a. hanya (1)
   b. hanya (1) dan (2)
   c. hanya (2) dan (3)
   d. hanya (2)
   e. (1), (2), dan (3)

9. Negasi dari pernyataan"Desi anak pandai dan cantik" adalah ..
   a. Desi anak bodoh dan jelek.
   b. Desi anak yang bodoh tapi cantik.
   c. Desi anak yang pandai tapi jelek.
   d. Desi anak yang tidak pandai atau tidak cantik.
   e. Desi anak yang tidak pandai dan tidak cantik.

10. Dari penarikan kesimpulan di bawah ini yang merupakan penarikan kesimpulan yang sah adalah ...

(1)	(2)	(3)
$p \Rightarrow \sim q$	$q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow q$
$\underline{\sim p}$	$\underline{p}$	$\underline{r \Rightarrow \sim q}$
$\therefore \sim q$	$\therefore \sim q$	$\therefore p \Rightarrow \sim r$

   a. hanya (1)
   b. hanya (2)
   c. hanya (1) dan (2)
   d. hanya (2) dan (3)
   e. (1), (2), dan (3)

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar !

1. Buatlah tabel kebenaran untuk pernyataan-pernyataan berikut !
   a. $\sim(\sim \boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q})$
   b. $(\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q}) \vee \sim(\boldsymbol{p} \Leftrightarrow \sim \boldsymbol{q})$

2. Diketahui pernyataan "Rima tidak rajin belajar atau ia pandai".
   a. Ubahlah pernyataan di atas menjadi pernyataan dalam bentuk implikasi !
   b. Tentukan invers, konvers, dan kontraposisinya.

3. Tentukan ingkaran dari pernyataan "Jika guru tidak datang ke kelas, maka semua siswa bergembira" **.**

4. Tentukan dua buah pernyataan yang setara dengan "Jika musim hujan datang, maka seluruh daerah di Jakarta terkena banjir".

5. Tentukan keabsahan penarikan kesimpulan berikut !
   a. Ada gula ada semut.
      Tidak ada semut.
      Tidak ada gula.
   b. Jika murid berhasil, maka guru pun gembira.
      Ali tidak berhasil.
      Pak Tarmidzi tidak gembira.

DAFTAR PUSTAKA

Mathematics Forum. 2008. *Mathematics for Senior High School Year X*. Jakarta Timur. Yudhistira.

Sriyanto. 2007. *Easy Math*.Yogyakarta. Pustaka Widyatama.

Wirodikromo Sartono. 2007. *Matematika untuk SMA Kelas X Semester 2*. Jakarta. Erlangga.

Petunjuk Penggunaan Quiz Maker

1. Belilah modul logika matematika ini terlebih dahulu.
2. Setelah membeli modul, ambilah CD yang terdapat pada modul ini.
3. Keluarkan CD dari kotaknya.
4. Nyalakan laptop atau komputer.
5. Masukan CD ke laptop atau komputer.
6. Klik menu Windows Explorer.
7. Klik file yang terdapat di CD.
8. Masukkan password : “Q” supaya bisa menjalankan Quiz Maker ini.
9. Klik start untuk memulai Quiz Maker ini.
10. Ikuti petunjuk yang tertera di Quiz Maker untuk menjawab pertanyaan yang telah disajikan.
11. Jawablah semua pertanyaan yang disajikan.
12. Setelah semua pertanyaan dijawab, klik “submit” untuk mengetahui skor yang Anda dapatkan.
13. Klik “riview feedback” untuk melihat jawaban yang benar.

Selamat Mencoba ☺

BIODATA PENULIS

Nama : Tsena Cendikia Wardani

Kelas : 2.i

NPM : 112070141

Tempat lahir : Kuningan

Tanggal lahir : 14 Mei 1994

Alamat : Jalan Yusup Rt 18/05 blok Cinangka – Cilimus – Kuningan.

Email : TsenaCW@yahoo.com

Nama : Nurmaya

Kelas : 2.j

NPM : 112070152

Tempat lahir : Cirebon

Tanggal lahir : 28 Oktober 1993

Alamat : Kedungkrisik Utara RT.02/05 Kelurahan Argasunya – Kecamatan Hajamukti – Kota Cirebon.

Email : nurmaya_28@ymail.com

DESKRIPSI KERJA KELOMPOK

Kamis, 10 Oktober 2013

Pembagian tugas merangkum dan mengetik materi logika matematika. Nurmaya merangkum dan mengetik tentang pernyataan, kalimat terbuka, notasi dan nilai kebenaran suatu pernyataan, ingkaran atau negasi, pernyataan majemuk, konsjungsi, disjungsi, implikasi, dan biimplikasi. Tsena Cendikia Wardani merangkum dan mengetik tentang ekuivalensi, tautologi, kontradiksi, kontingensi, konvers, invers, kontraposisi, pernyataan berkuantor, penarikan kesimpulan, bukti langsung dan tak langsung.

Rabu, 16 Oktober 2013

Pengumpulan materi logika matematika dan pembagian pembuatan pertanyaan untuk Quiz Makker masing-masing membuat 10 pertanyaan + jawaban .

Kamis, 17 Oktober 2013

Pengumpulan soal untuk Quiz Maker dilanjutkan dengan pembuatan Quiz Maker dan pengeditan buku. Pembuatan Quiz Maker oleh Nurmaya dan Pengeditan buku oleh Tsena Cendikia Wardani.

Jumat, 18 Oktober 2013

Finishing untuk pembuatan Quiz Maker dan pengeditan buku.