PRAKATA

Buku **Modul Pembelajaran Matematika Peluang** ini adalah buku yang memperkenalkan dan merangkum materi peluang dan memperkuat pemahaman-pemahaman akan materi tersebut bagi siswa-siswa yang membutuhkan agar lebih mendalami materi peluang ini.

Setiap topik yang ada di dalam buku ini disampaikan dengan cara sedemikian rupa sehingga para pembaca akan lebih mudah memahaminya. Diawal setiap subbab para pembaca akan diberi penjelasan singkat mengenai teori, definisi-definisi, rumus-rumus, dan prosedur-prosedur yang penting. Tetapi ini diupayakan seminimum mungkin karena penyelesaian soallah yang akan lebih banyak digunakan untuk menjelaskan teori bersangkutan. Ini dimaksudkan agar pembaca dapat benar-benar memahaminya. Melalui contoh soal dan kemudian menyelesaikan sendiri soal-soal yang diberikan.

Buku ini terdiri dari sekitar ... contoh soal, yang diikuti dengan ... latihan. Masing-masing latihan diberikan langsung setelah subbab bersangkutan selesai dibahas, 20 soal sebagai evaluasi belajar. Semua soal yang diberikan sedapat mungkin mencerminkan situasi-situasi sebernarnya yang ditemui dalam bidang matematika.

Daftar Isi

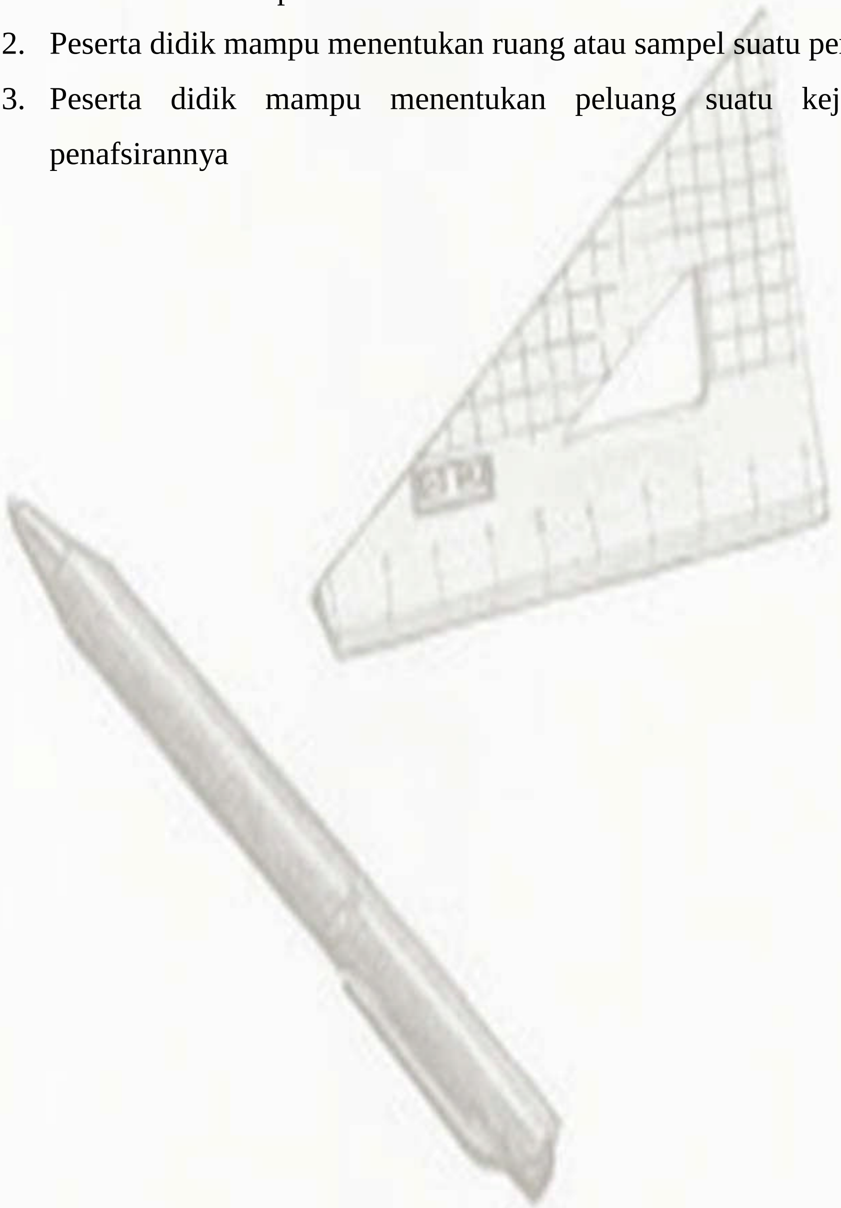
Kata – kata Motivasi

- Belajarlah selagi yang lain sedang tidur
  Bekerjalah selagi yang lain sedang bermalas-malasan
  Bersiap-siaplah selagi yang lain sedang bermain dan
  Bermimpilah selagi yang lain sedang berharap
  (William Arthur Ward)

- Mempelajari adalah mencari tahu apa yang sudah anda ketahui
  Melakukan adalah menunjukkan bahwa kamu mengetahuinya
  Mengajarkan adalah mengingatkan pada orang lain bahwa mereka mengetahui seperti kamu
  Kita semua adalah pelajar-pelaku-pengajar
  (Richard Bach)

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menggunakan aturan perkalian permutasi dan kombinasi dalam pemecahan masalah.
2. Peserta didik mampu menentukan ruang atau sampel suatu percobaan.
3. Peserta didik mampu menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya



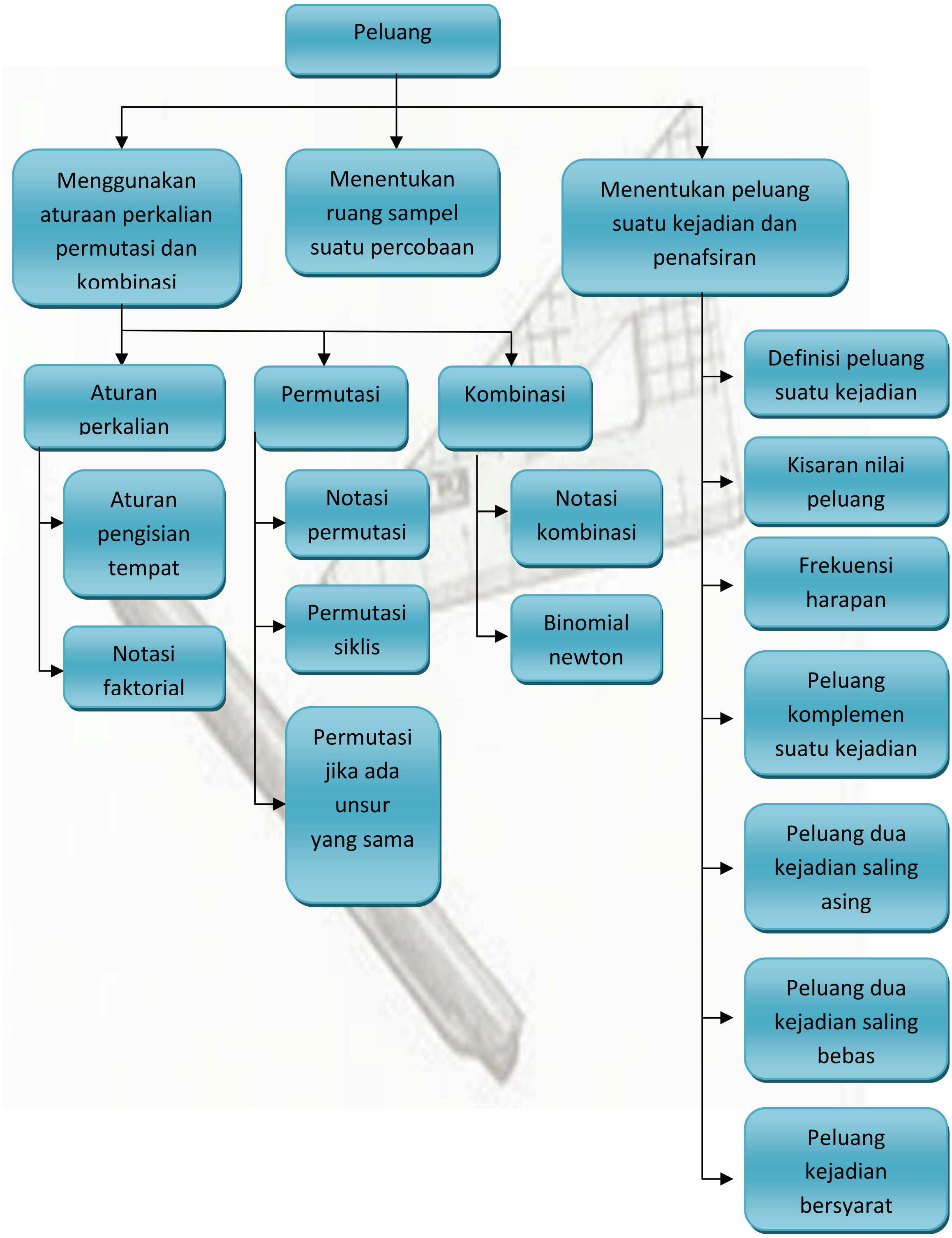
PELUANG

- ✓ **Aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah**
- ✓ **Ruang sampel suatu percobaan**
- ✓ **Peluang suatu kejadian dan penafsirannya**

Pada demokrasi saat ini untuk menduduki suatu jabatan tentu selalu dilakukan dengan pemilihan, bahkan untuk menjadi ketua karang taruna juga harus dilakukan dengan pemilihan. Andaikan ada 5 calon ketua karang taruna Amin, Toni, Dadang, Adi dan Mimin. Berapakah peluang Toni untuk menjadi ketua karang taruna?

Istilah peluang banyak digunakan dalam kejadian yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Pada bab ini, kamu akan mempelajari kaidah pencacahan dan sifat-sifat peluang dalam pemecahan masalah serta berbagai hal yang terkait dengannya.

PETA KONSEP


Peluang
Menggunakan aturaan perkalian permutasi dan kombinasi
Menentukan ruang sampel suatu percobaan
Menentukan peluang suatu kejadian dan penafsiran
Aturan perkalian
Permutasi
Kombinasi
Aturan pengisian tempat
Notasi faktorial
Notasi permutasi
Permutasi siklis
Permutasi jika ada unsur yang sama
Notasi kombinasi
Binomial newton
Definisi peluang suatu kejadian
Kisaran nilai peluang
Frekuensi harapan
Peluang komplemen suatu kejadian
Peluang dua kejadian saling asing
Peluang dua kejadian saling bebas
Peluang kejadian bersyarat

A. Aturan Perkalian, Permutasi dan Kombinasi dalam Pemecahan Masalah

Hukum-Hukum Peluang

- **Hukum Penjumlahan dari Peluang**

  Hukum penjumlahan dari peluang dapat dikenali dari kata **'atau'** yang menghubungkan probabilitas-probabilitas. Jika P_A adalah peluang terjadinya peristiwa *A* dan $P_B$adalah peluang terjadinya pristiwa *B*, peluang dari **peristiwa *A* atau peristwa*B***terjadi adalah $P_A + P_B$. Demikian juga peluang dari peristiwa ***A* atau *B* atau *C* atau ... *N*** terjadi adalah:

  $\boldsymbol{P_A + P_B + P_C + P_n}$

- **Hukum Perkalian dari Peluang**

  Hukum perkalian peluang dapat dikenali dari kata **'dan'** yang menghubungkan probabilitas-probabilitas. Jika P_A adalah peluang terjadinya peristiwa *A* dan P_B adalah peluang peristiwa *B*, peluang dari **peristiwa *A* dan peristiwa *B***terjadi adalah P_A x P_B. Demikian juga peluang dari peristiwa **A dan B dan C dan ... N** terjadi adalah:

  P_A x P_B x P_C x ... x P_n

1. Aturan Perkalian

a. Aturan Pengisian Tempat

Dalam kehidupan sehari-hari sering kita mendengar istilah semua kemungkinan yang terjadi dalam suatu percobaan. Misalnya, seorang siswa tiap kali ulangan nilainya selalu kurang baik, adakah kemungkinan siswa itu naik kelas?

Contoh soal

1. Tono mempunyai 3 buah baju berwarna putih, cokelat dan batik. Ia juga memiliki 2 buah celana berwarna hitam dan putih yang berbeda.

Ada berapa pasang baju dan celana dapat dipakai dengan pasangan yang berbeda?

Penyelesaian

Putih	Hitam	Putih, Hitam
	Coklat	Putih, Coklat
Batik	Hitam	Batik, Hitam
	Coklat	Batik, Coklat
Coklat	Hitam	Coklat, Hitam
	Coklat	Coklat, Coklat

Jadi banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak 3 x 2 = 6

Dengan aturan jumlah:

Warna atau jenis baju	Warna celana	Pasangan baju & celana
Putih (p)	hitam (h) coklat (c)	(p,h) (p, c)
Coklat (c)	hitam (h) coklat (c)	(c,h) (c, c)
Batik (b)	hitam (h) coklat (c)	(b,h) (b, c)

Jadi banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak 2 + 2 + 2 = 6 cara.

2. Seorang ingin membuatkan plat nomor kendaraan yang terdiri dari 4 angka, padahal tersedia angka-angka 1, 2, 3, 4, 5 dan dalam plat nomor itu tidak boleh ada angka yang sama. Berapa banyak plat nomor dapat dibuat?

Penyelesaian

Untuk menjawab pertanyaan tersebut marilah kita pakai pengisian tempat kosong seperti terlihat pada bagan berikut.

a	b	c	d

Dibuat 4 buah kotak kosong yaitu kotak (a), (b), (c), dan (d) sebab nomor kendaraan itu terdiri dari 4 angka.

a	b	c	d
5			

Kotak (a) dapat diisi angka 1, 2, 3, 4, dan 5 sehingga ada 5 cara.

a	b	c	d
5	4		

Kotak (b) hanya dapat diisi angka 5 – 1 = 4 cara karena 1 cara sudah diisikan di kotak (a).

a	b	c	d
5	4	3	

Kotak (c) hanya dapat diisi angka 5 – 2 = 3 cara karena 2 cara sudah diisikan di kotak (a) dan (b).

a	b	c	d
5	4	3	2

Kotak (d) hanya dapat diisikan angka 5 – 3 = 2 cara karena 3 cara sudah diisikan di kotak (a), (b) dan (c).

Jadi, polisi itu dapat membuat plat nomor kendaraan sebanyak
5 x 4 x 3 x 2 = 120 plat nomor kendaraan.

Dari contoh tersebut dapat disimpulkan, jika persoalan pertama dapat diselesaikan dengan *a* cara yang berlainan dan persoalan kedua dapat diselesaikan dengan *b* cara yang berlainan, maka persoalan pertama dan kedua dapat diselesaikan dengan *a* x *b* cara.

LATIHAN 2.1

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Untuk menuju kota C dari kota A harus melewati kota B. Dari kota A ke kota B melewati 4 jalur dan dari kota B ke kota C ada 3 jalur. Dengan berapa jalur Budi dapat pergi dari kota A ke kota C?
2. Amir mmpunyai 5 kaos kaki dan 3 sepatu yang berlainan warna. Dengan berapa cara Amir dapat memakai sepatu dan kaos kaki?
3. Badu mempunyai 5 baju, 3 celana panjang dan 2 topi yang berlainan warna. Ada berapa pasangan baju, celana panjang, dan topi dapat dipakai?
4. Dari lima buah angka 2, 3, 5, 7 dan 9 akan disusun menjadi suatu bilangan yang terdiri dari 4 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun jika:
   a) Angka-angka boleh berulang?
   b) Angka-angka tidak boleh berulang?

b. Notasi Faktorial

Faktorial adalah hasil kali bilangan asli berurutan dari 1 sampai dengan n

Ingat!!

Untuk setiap bilangan asli n, didefinisikan:

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

lambang atau notasi $n!$ dibaca sebagai n faktorial untuk $n > 2$.

Definisi:

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$ atau

$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$

Untuk lebih memahami tntang faktorial, perhatikan contoh berikut.

Contoh soal

Hitunglah nilai dari:

1. $6!$
2. $3! \times 2!$
3. $\dfrac{7!}{4!}$
4. $\dfrac{5!}{4!} \times 3!$
5. $\dfrac{8!}{3! \times 6!}$

Penyelesaian

1. $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$
2. $3! \times 2! = 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 6 \times 2 = 12$
3. $\dfrac{7!}{4!} = \dfrac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 6 \times 5 = 210$
4. $\dfrac{5!}{4!} \times 3! = \dfrac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 6 = 30$
5. $\dfrac{8!}{3! \times 6!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{8 \times 7}{6} = 28$

Latihan 2.2

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Hitunglah:

   a. $6! - 3!$

   b. $\dfrac{10!}{6!}$

   c. $5! \times 2!$

   d. $\dfrac{5!}{8!} \times 4!$

   e. $\dfrac{12!}{3!9!}$

2. Nyatakan dalam notasi faktorial.

   a. $3 \times 4 \times 5 \times 6$

   b. $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11$

   c. $\dfrac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4}$

   d. $\dfrac{9\times8\times7}{1\times2\times3}$

   e. $\dfrac{5\times4\times3}{1\times2\times3}$

3. Buktikan:

   a. $\dfrac{1}{3!} - \dfrac{1}{4!} = \dfrac{3}{4!}$

   b. $\dfrac{1}{5!} + \dfrac{1}{3!} = \dfrac{21}{5!}$

   c. $\dfrac{1}{2!} + \dfrac{1}{4!} - \dfrac{15}{5!} = \dfrac{10}{4!}$

   d. $\dfrac{5}{7!} - \dfrac{1}{6!} + \dfrac{10}{8!} = \dfrac{1}{7!}$

   e. $\dfrac{8}{8!} + \dfrac{1}{6!} - \dfrac{5}{7!} = \dfrac{2}{7!}$

4. Carilah n, jika $\dfrac{n! - (n-2)!}{(n-1)!} = 1$.

2. Permutasi

a. Notasi Permutasi

Seorang pengusaha mebel ingin menulis kode nomor pada kursi buatannya yang terdiri dari 3 angka, padahal pengusaha itu hanya mmemakai angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Angka-angka itu tidak boleh ada yang sama. Berapakah banyaknya kursi yang akan diberi kode nomor?

Untuk menjawab hal tersebut marilah kita gambarkan 3 tempat kosong yang akan diisi dari 5 angka yang tersedia.

a	b	c
5	4	3

Kotak (a) dapat diisi dengan 5 angka yaitu angka 1, 2, 3, 4, dan 5
Kotak (b) dapat diiisi dengan 4 angka karena 1 angka sudah diisikan di kotak (a). Adapun kotak (c) haanya dapat diisi dengan 3 angka, sehingga banyaknya kursi yang akan diberi kode adalah 5 x 4 x 3 = 60 kursi. Susunan semacam ini disebut permutasi karena susunannya diperhatikan, sebab 125 tidak sama dengan 215 ataupun 251.
Permutasi pada contoh ini disebut permutasi tiga-tiga dari 5 undur dinotasikan dengan P_3^5 atau $P_{(5,\,3)}$ atau ${}_5P_3$ sehingga:

${}_5P_3$ = 5 x 4 x 3
= 5 x (5 – 1) x (5 – 2)
= 5 x (5 – 1) x ... x (5 – 3 = 1)

Secara umum dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

Banyaknya permutasi dari n unsur diambil r unsur dinotasikan

$${}_nP_r = \text{n (n – 1) (n – 2) (n – 3) ... (n – r = 1)}$$

Atau dapat juga ditulis:

$$_nP_r = n\,(n-1)\,(n-2)\,\dots\,(n-r+1)\,\frac{(n-r)(n-r-1)\dots 3\cdot 2\cdot 1}{(n-r)(n-r-1)\dots 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\,\dots\,(n-r+1)(n-r)(n-r-1)\,\dots\,3\cdot 2\cdot 1}{(n-r)(n-r-1)\,\dots\,3\cdot 2\cdot 1}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\,\dots\,3\cdot 2\cdot 1}{(n-r)(n-r-1)\,\dots\,3\cdot 2\cdot 1}$$

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\boxed{_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

TUGAS KELOMPOK

Buatlah kelompok-kelompok dalam kelasmu, kemudian buktikan:

$_nP_n = n!$

$0! = 1$

Cocokkan hasilnya dngan kelompok lain.

Selanjutnya adakan diskusi mengenai materi ini.

Untuk lebih memahami tentang permutasi, pelajarilah contoh berikut:

Contoh soal

1. Tentukan nilai dari:
   a. $_8P_3$
   b. $_4P_4$

   Penyelesaian

a. $_8P_3 = \dfrac{8!}{(8-3)!} = \dfrac{8!}{5!} = \dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$

$= 8\cdot 7\cdot 6 = 336$

b. $_4P_4 = \dfrac{4!}{(4-4)!} = \dfrac{4!}{0!} = \dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1}$

$= 24$

2. Tentukan nilai *n* bila $_{(n-1)}P_2 = 20$

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
{}_{(n-1)}P_2 &= 20 \\
\frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} &= 20 \\
\frac{(n-1)!}{(n-3)!} &= 20 \\
\frac{(n-1)(n-2)\ldots 3\cdot 2\cdot 1}{(n-3)(n-4)\ldots 3\cdot 2\cdot 1} &= 20 \\
(n-1)\,(n-2) &= 20 \\
n^2 - 2n - n + 2 &= 20 \\
n^2 - 3n + 2 - 20 &= 0 \\
n^2 - 3n - 18 &= 0 \\
(n-6)\,(n+3) &= 0
\end{aligned}$$

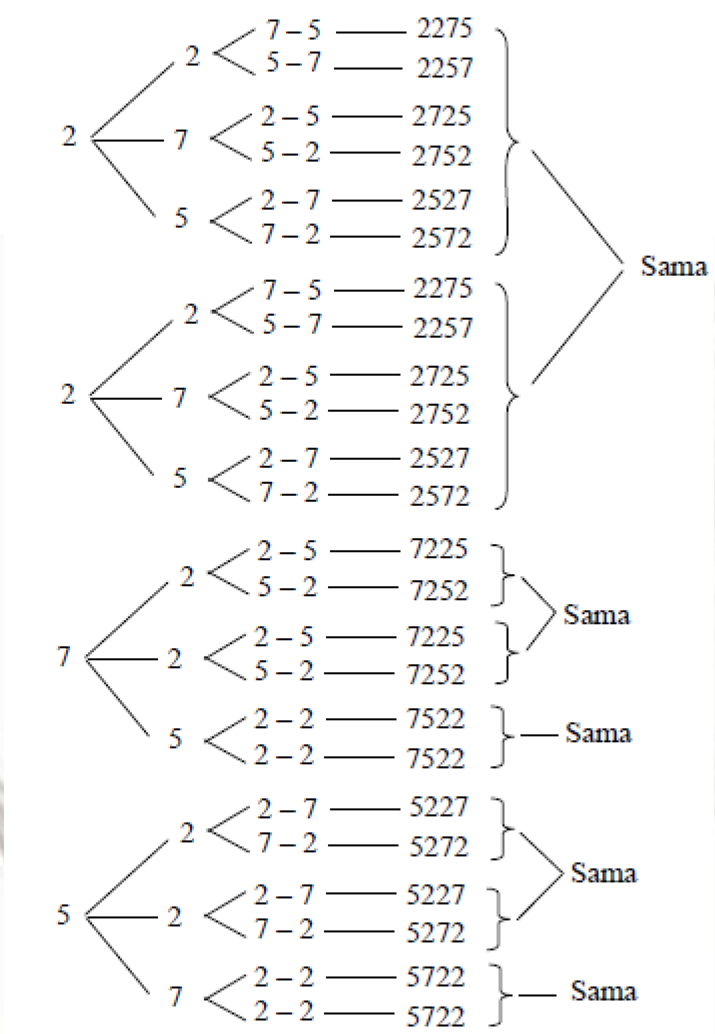
$$\begin{aligned}
n - 6 = 0 \ \text{ atau } \ n + 3 &= 0 \\
n = 6 \ \text{ atau } \ n &= -3
\end{aligned}$$

Karena *n* bilangan positif maka *n* = 6

b. Permutasi Jika Ada Unsur yang Sama

Untuk menghitung banyaknya permutasi jika ada unsur yang sama, marilah kita lihat contoh berikut.

Berapakah banyaknya bilangan yang dapat disusun dari angka 2275 apabila tidak boleh ada angka-angka yang sama. Untuk menjawab soal tersebut dapat dipergunakan bagan di bawah ini.



Sehingga banyaknya permutasi 2275 ada 12 cara.

Dari contoh dapat dijabarkan 4 x 3 = 12 atau permutasi 4 unsur dengan 2 unsur sama di tulis: $\frac{4!}{2!}$ secara umum permutasi *n* unsur dengan *p* unsur sama dan *q* unsur sama ditulis: $\frac{n!}{p!q!}$

Banyaknya permutasi *n* unsur yang memuat *k*, *l* dan *m* unsur yang sama dapat ditentukan dengan rumus :

$$\boxed{P = \frac{n!}{k!l!m!}}$$

Contoh soal

1. Berapa banyak kata dapat disusun dari kata:
   a) AGUSTUS
   b) GAJAH MADA

Penyelesaian

a) AGUSTUS

Banyaknya huruf = 7; banyaknya S = 2; banyaknya U = 2

$$P = \frac{7!}{2!2!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{2.1.2.1} = 1.260$$

b) GAJAH MADA

Banyaknya huruf = 9; banyaknya A = 4

$$P = \frac{9!}{4!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1} = 15.120$$

2. Berapa banyak bilangan 7 angka yang dapat disusun dari angka-angka:

a) 4, 4, 4, 5, 5, 5 dan 7

b) 2, 2, 4, 4, 6, 6 dan 8

Penyelesaian

a) 4, 4, 4, 5, 5, 5 dan 7

Banyaknya angka = 7; banyaknya angka 4 = 3; banyaknya angka 5 = 3

$$P = \frac{7!}{3!3!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{3.2.1.3.2.1} = 140$$

b) 2, 2, 4, 4, 6, 6 dan 8

Banyaknya angka = 7; banyaknya angka 2 = 2; banyaknya angka 4 = 2; banyaknya angka 6 = 2

$$P = \frac{7!}{2!2!2!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{2.1.2.1.2.1} = 630$$

c. Permutasi Siklis

Permutasi siklis adalah permutasi yang cara menyusunnya melingkar, sehingga banyaknya menyusun n unsur yang berlainan dalam lingkaran ditulis: $\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)(n-2)...3.2.1}{n} = (n-1)(n-2)\ ...\ 3.2.1 = (n-1)!$

Atau

$$\boxed{P_{(siklis)} = (n-1)!}$$

Contoh soal

Pada rapat pengurus OSIS SMA X dihadiri oleh 6 orang yang duduk menglilingi sebuah meja bundar. Berapakah susunan yang dapat terjadi?

Penyelesaian

$P_{(siklis)} = (6 – 1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

LATIHAN 2.3

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Tentukan nilai dari:
   a. ${}_5P_3$
   b. ${}_4P_4$
   c. ${}_6P_4 - {}_5P_2$
   d. ${}_9P_2 \times {}_{10}P_3$
2. Tentukan *n* jika diketahui:
   a. ${}_nP_5 = 10\ {}_nP_4$
   b. ${}_{(n+1)}P_3 = {}_nP_4$
   c. ${}_{(n-1)}P_2 = 20$
   d. ${}_nP_2 = 6$
3. Tersedia angka-angka 1, 2, 3, 4akan dibentuk bilangan dengan empat angka tanpa memuat angka yang sama. Berapa banyak bilangan yang dapat dibentuk?
4. Dari 7 siswa akan dipilih 4 siswa untuk menjadi pengurus kelas, yaitu ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Berapa banyak susunan pengurus apabila setiap calon pengurus mempunyai kemungkinan yang sama untuk dipilih dan tidak ada pengurus yang rangkap?
5. Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 6 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka berikut:
   a. 223456
   b. 112278
   c. 123123
   d. 555566
6. Berapa banyak susunan huruf yang dapat disusun dari huruf-huruf berikut:
   a. UNSUR
   b. GUNUNG
   c. STATISTIKA
   d. MATEMATIKA
7. Terdapat 7 siswa sedang belajar di taman membentuk sebuah lingkaran. Ada berapa cara mereka duduk dengan membentuk sebuah lingkaran?

3. Kombinasi

a. Notasi kombinasi

Pada waktu kenaikan kelas dari kelas X ke kelas XI, siswa yang naik akan memasuki jurusan masing-masing. Ada yang IPA, IPS maupun bahasa. Oleh karena itu, diadakan perpisahan kelas dengan jalan berjabat tangan. Kita contohkan ada 3 siswa saling berjabat tangan misalkan Adi, Budi dan Cory. Ini dapat ditulis Adi-Budi, Adi-Cory, Budi-Adi, Budi-Cory, Cory-Adi, Cory-Budi. Dalam himpunan Adi berjabat tangan dengan Budi ditulis {Adi, Budi}. Budi berjabat tangan dengan Adi ditulis {Budi, Adi}. Antara {Adi, Budi} dan {Budi, Adi} menyatakan himpunan yang sama, berarti keduanya merupakan kombinasi yang sama. Dilain pihak Adi-Budi, Budi-Adi menunjukkan urutan yang berbeda yang berarti permutasi yang berbeda.

Dari contoh dapat diambil kesimpulan:

Permutasi = Adi-Budi, Adi-Cory, Budi-Adi, Budi-Cory, Cory-Adi, Cory-Budi
= 6 karena urutan diperhatikan

Kombinasi = Adi-Budi, Adi-Cory, Budi-Cory
= 3 karena urutan tidak diperhatikan

Sehingga

Kombinasi $= 3 = \frac{6}{2} = \frac{permutasi}{2}$

Jika kombinasi dari 3 unsur diambil 2 unsur ditulis:

$$_3C_2 = \frac{_3P_2}{2} = \frac{3!}{2!\ (3-2)!}$$

Secara umum dapat disimpulkan bahwa:

Banyaknya kombinasi dari *n* unsur yang berbeda dengan setiap pengambilan dengan *r* unsur ditulis C_r^n, $_nC_r$ atau $C_{(n-r)}$ adalah:

$$nC_r = \frac{_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$

Perhatikan contoh soal berikut untuk lebih memahami tentang kombinasi.

Contoh soal

1. Hitunglah nilai dari:

a. ${}_7C_3$

b. ${}_7C_2 \times {}_5C_1$

c. $\dfrac{{}_6C_2 \times {}_5C_2}{{}_6C_4}$

Penyelesaian

a. $${}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 35$$

b. $${}_7C_2 \times {}_5C_1 = \frac{7!}{2!(7-2)!} \times \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{7!}{2!5!} \times \frac{5!}{4!}$$
$$= \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 21 \times 5 = 105$$

c. $$\frac{{}_6C_2 \times {}_5C_2}{{}_6C_4} = \frac{\dfrac{6!}{2!(6-4)!} \times \dfrac{5!}{2!(5-2)!}}{\dfrac{6!}{4!(6-4)!}} = \frac{\dfrac{6!}{2!4!} \times \dfrac{5!}{2!3!}}{\dfrac{6!}{4!2!}}$$
$$= \frac{\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}}{\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}} = \frac{15 \times 10}{15} = 10$$

2. Dalam pelatihan bulutangkis terdapat 10 orang pemain putra dan 8 orang pemain putri. Berapakah pasangan ganda yang dapat diperoleh untuk:
   a. Ganda putra
   b. Ganda putri
   c. Ganda campuran

Penyelesaian

a. Karena banyaknya pemain putra ada 10 dan dipilih 2, maka banyak cara ada:

$$_{10}C_2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 ....3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 7 ....3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ cara}$$

b. Karena banyaknya pemain putri ada 8 orang dan dipilih 2, maka banyaknya cara ada:

$$_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 28 \text{ cara}$$

c. Ganda campuran berarti 10 putra diambil 1 dan 8 putri diambil 1, maka:

$$_{10}C_1 \times {}_8C_1 = \frac{10!}{1!(10-1)!} \times \frac{8!}{2!(8-1)!} = \frac{10!}{1!9!} \times \frac{8!}{1!7!} = 10 \times 8 = 80 \text{ cara}$$

3. Berapa banyaknya nomor telepon yang terdiri dari 7 angka dapat dibuat dengan 4 digit awalnya adalah 0812, tiga digit sisanya saling berbeda dan bukan merupakan bilangan bilangan 0, 3 atau 5 serta digit terakhirnya bukan angka 9.

Penyelesaian

0812 . . .tiga digit terakhir bukan bilangan 0, 3, atau 5 maka P_6^3 serta digit terakhir bukan angka 9 maka dikurangi $P_5^2 \rightarrow P_3^6 - P_5^2 = \frac{6!}{3!} - \frac{5!}{3!} = 100$

Jadi banyaknya nomor telepon adalah 100 buah.

b. Binomial Newton

Kamu perlu mengingat kembali mengenai susunan bilangan-bilangan yang dinamakan segitiga pascal, seperti bagan berikut.

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 1 & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\ & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

dan seterusnya

Dari bagan itu dapat ditulis dalam koefisien binomial atau suku dua sebagai berikut, misalkan x dan y.

$(x + y)^1 = x + y$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)^3 \ = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x + y)^4 \ = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$

$(x + y)^5 \ = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

$(x + y)^n \ = \ldots$

Tetapi ada metode lain yang lebih mudah diterapkan untuk mencari koefisien binomial yaitu dengan menggunakan ${}_nC_r$; sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{array}{lc}
(x+y)^1 \rightarrow n=1 & {}_1C_0 \quad {}_1C_1 \\
(x+y)^2 \rightarrow n=2 & {}_2C_0 \quad {}_2C_1 \quad {}_2C_2 \\
(x+y)^3 \rightarrow n=3 & {}_3C_0 \quad {}_3C_1 \quad {}_3C_2 \quad {}_3C_3 \\
(x+y)^4 \rightarrow n=4 & {}_4C_0 \quad {}_4C_1 \quad {}_4C_2 \quad {}_4C_3 \quad {}_4C_4 \\
(x+y)^5 \rightarrow n=5 & {}_5C_0 \quad {}_5C_1 \quad {}_5C_2 \quad {}_5C_3 \quad {}_5C_4 \quad {}_5C_5 \\
\vdots &
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{maka } (x+y)^n &= {}_nC_0\, x^n y^0 + {}_nC_1\, x^{n-1} y^1 + \ldots + {}_nC_n\, x^0 y^n \\
&= {}_nC_0\, x^n \cdot 1 + {}_nC_1\, x^{n-1} y^1 + \ldots + {}_nC_n \cdot 1\, y^n \\
&= {}_nC_0\, x^n + {}_nC_1\, x^{n-1} y^1 + \ldots + {}_nC_n\, y^n \\
(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k x^{n-k} y^k
\end{aligned}$$

Jadi teorema binomial Newton dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\boxed{(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k x^{n-k} y^k}$$

Untuk lebih memahami teorema binomial Newton, pelajarilah contoh soal berikut.

Contoh soal

1. Jabarkan tiap binomial berikut ini:
   a. $(x + y)^3$ b. $(x + 2y)^4$

Penyelesaian

a. $(x+y)^3 = \sum_{k=0}^{3} {}_3C_k x^{3-k} y^k$

$= {}_3C_0 \cdot x^{3-0} \cdot y^0 + {}_3C_1 \cdot x^{3-1} \cdot y^1 + {}_3C_2 \cdot x^{3-2} \cdot y^2 + {}_3C_3 \cdot x^{3-3} \cdot y^3$

$= 1 \cdot x^3 \cdot 1 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + 1 \cdot x^0 \cdot y^3$

$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1 \cdot 1 \cdot y^3$

$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

b. $(x+2y)^4 = \sum_{k=0}^{4} {}_4C_k x^{4-k} y^k$

$= {}_4C_0 \cdot x^{4-0} \cdot (2y)^0 + {}_4C_1 \cdot x^{4-1} \cdot (2y)^1 + {}_4C_2 \cdot x^{4-2} \cdot (2y)^2 + {}_4C_3 \cdot x^{4-3} (2y)^3 + {}_4C_4 \cdot x^{4-4} \cdot (2y)^4$

$= 1 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot 2y + 6x^2 \cdot 2^2 \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot 2^3 \cdot y^3 + 1 \cdot 1 \cdot 2^4 \cdot y^4$

$= x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4$

2. Tentukan suku ke-4 dari $(2x + 3y)^6$

Penyelesaian

$(2x+3y)^6 = \sum_{k=0}^{6} {}_6C_k (2x)^{6-k} (3y)^k$

$= {}_6C_0 \cdot (2x)^{6-0} \cdot (3y)^0 + {}_6C_1 \cdot (2x)^{6-1} \cdot (3y)^1 + {}_6C_2 \cdot (2x)^{6-2} \cdot (3y)^2 + {}_6C_3 \cdot (2x)^{6-3} \cdot (3y)^3 + {}_6C_4 \cdot (2x)^{6-4} \cdot (3y)^4 + {}_6C_5 \cdot (2x)^{6-5} \cdot (3y)^5 + {}_6C_6 \cdot (2x)^{6-6} \cdot (3y)^6$

Jadi suku ke-4 adalah $= {}_6C_3 \cdot (2x)^{6-3} \cdot (3y)^3$

$= {}_6C_3 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^3$

$= \frac{6!}{3!(6-3)!} \cdot 2^3 \cdot x^3 \cdot 3^3 \cdot y^3$

$= \frac{6!}{3!\ 3!} \cdot 8x^3 \cdot 27y^3$

$= 20 \cdot 8x^3 \cdot 27y^3 = 4.320x^3y^3$

LATIHAN 2.4

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Jabarkan bentuk-bentuk binomial berikut.
   a. $(x + 2)^3$ c. $(2x - 3y)^4$
   b. $(1 - 2x)^5$ d. $(3y - 2)^5$
2. Tentukan koefisien suku x^3 dari bentuk-bentuk binomial berikut.
   a. $(2x + y)^7$ c. $(x - 3y)^6$
   b. $(3 + 2x)^5$ d. $(2 - 3x)^4$
3. Tentukan koefisien suku x^2y^2 dari bentuk-bentuk binomial berikut.
   a. $(x + y)^4$ c. $(3x - 2y)^4$
   b. $(2x + 3y)^3$ d. $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y)^3$
4. Carilah suku ke-3 dari bentuk-bentuk binomial berikut.
   a. $(x + 2y)^4$ c. $(1 - 3x)^5$
   b. $(2x + 1)^5$ d. $(\frac{2}{x} - x^2)^4$
5. Carilah tiga suku pertama bentuk-bentuk binomial berikut.
   a. $(3x + 1)^4$ c. $(x - \frac{2}{3})^4$
   b. $(x^2 + \frac{3}{x})^3$ d. $(x - 1)$

B. Ruang Sampel Suatu Percobaan

Himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan disebut ruang sampel,yang biasa ditulis dengan notasi S dan setiap anggota dari S disebut titik sampel.

1. Menentukan Banyak Kemungkinan Kejadian dari Berbagai Situasi

Misalkan kita mengambil sebuah dadu maka sisi-sisi sebuah dadu akan terlihat banyaknya titik ada 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Jadi ruang sampelnya adalah {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Apabila kita melambungkan sebuah dadu sekali maka kemungkinan angka yang muncul adalah 1, 2, 3, 4, 5 atau 6. Kita tidak dapat memastikan bahwa angka 5 harus muncul atau angka 2 tidak muncul.

Jadi kemungkinan munculnya angka 1, 2, 3, 4, 5 atau 6 dalam suatu kejadian adalah sama. Misalnya, pada percobaan pelambungan sebuah dadu sekali. Jika A adalah kejadian muncul bilangan prima, maka A adalah 2, 3, dan 5 dan jika B kejadian muncul bilangan lebih besar dari 5 maka B adalah 6

2. Menuliskan Himpunan Kejadian dari Suatu Percobaan

Untuk menuliskan kejadian darisuatu percobaan diketahui dengan himpunan. Misalnya dengan pelemparan sebuah mata uang sekali, maka ruang sampel S = {A, G}. A merupakan sisi angka dan G merupakan sisi gambar.

Contoh soal

1. Pada percobaan pelemparan sebuah dadu sekali, A adalah kejadian muncul bilangan prima dan B adalah kejadian muncul bilangan lebih besar dari 3, A^c, dan B^c masing-masing merupakan komplemen dari A dan B. Nyatakanlah A, B, A^c, dan B^c dalam bentuk himpunan.

Penyelesaian

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} A^c = {1, 4, 6}
A = {2, 3, 5} B^c = {1, 2, 3}
B = {4, 5,6}

2. Diketahui 3 buah mata uang logam mempunyai sisi angka (A) dan sisi gambar (G), dilempar sekali. Jika P adalah kejadian muncul dua gambar dan Q adalah kejadian muncul tiga angka, nyatakan P dan Q dalam bentuk himpunan.

Penyelesaian

Jika S merupakan ruang sampel, maka:

S = {AAA, AGA, GAA, GGA, GAG, AGG, AAG, GGG}

P adalah kejadian muncul dua gambar, maka:

P = {GGA, GAG, AGG}

Q adalah kejadian muncul tiga angka, maka:

Q = {AAA}

LATIHAN 2.5

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Tuliskan ruang sampel dari kejadian berikut.
   a. Pelambungan dua buah uang logam
   b. Pelambungan sebuah dadu
   c. Pelambungan tiga uang logam sekaligus
   d. Pelambungan dua buah dadu sekaligus
2. Diketahui dua buah mata uang logam dilambungkan sekali. P adalah kejadian muncul dua gambar dan Q kejadian muncul satu angka. Nyatakan P dan Q dalam bentuk himpunan.
3. Diketahui tiga buah mata uang dilambungkan sekali. Nyatakan dalam sebuah himpunan kejadian-kejadian berikut.
   a. Kejadian muncul 0 angka
   b. Kejadian muncul 1 angka
   c. Kejadian muncul 2 angka
   d. Kejadian muncul 3 angka
4. Diketahui dua buah dadu dilambungkan sekali. X adalah kejadian munculnya mata dadu pertama dan Y adalah kejadian munculnya mata dadu kedua. Nyatakan dalam sebuah himpunan kejadian-kejadian berikut.
   a. Kejadian muncul jumlah mata dadu 10
   b. Kejadian muncul jumlah mata dadu 12
   c. Kejadian muncul mata dadu sama
   d. Kejadian A = $\{(x, y) \mid x + y = 7\}$
   e. Kejadian B = $\{(x, y) \mid x = 3\}$
   f. Kejadian C = $\{(x, y) \mid y = 5\}$

C. Peluang Suatu Kejadian dan Penafsirannya

1. Peluang Suatu Kejadian

Sebelum mempelajari peluang suatu kejadian, marilah kita ingat kembali mengenai ruang sampel yang biasanya dilambangkan dengan S. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel, sedangkan titik sampel adalah setiap hasil yang mungkin terjadi pada suatu percobaan. Jika A adalah suatu kejadian yang terjadi pada suatu percobaan dengan ruang sampel S, dimana setiap titik sampelnya mempunyai kemungkinan sama untuk muncul, maka peluang dari suatu kejadian A ditulis sebagai berikut.

$$\boxed{P\ (A) = \frac{n\ (A)}{n\ (S)}}$$

Keterangan: P (A) = peluang kejadian A

n (A) = banyaknya anggota A

n (S) = banyaknya anggota ruang sampel S

Coba kamu pelajari contoh berikut agar lebih memahami tentang peluang.

Contoh soal

1. Pada pelemparan 3 buah uang sekaligus, tentukan peluang muncul:
   a. Ketiganya sisi gambar
   b. Satu gambar dan dua angka

Penyelesaian

a. S = {AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG}
   Maka *n* (S) = 8
   Misal kejadian ketiganya sisi gambar adalah A
   A = {GGG}, maka *n* (A) = 1

$$P\ (A) = \frac{n\ (A)}{n\ (S)} = \frac{1}{8}$$

b. Misal kejadian satu gambar dan dua angka adalah B
   B = {AAG, AGA, GAA}, maka *n* (B) = 3

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

2. Dalam kantong ada 6 kelereng merah dan 5 kelereng putih. Jika diambil 4 kelereng sekaligus secara acak, tentukan peluang terambil:
   a. Kelereng merah
   b. Kelereng putih
   c. 2 merah dan 2 putih
   d. 3 merah dan 1 putih

Penyelesaian

S = pengambilan 4 kelereng sekaligus.

$$n(S) = {}_{11}C_4 = \frac{11!}{4!(11-4)!} = \frac{11!}{4!7!} = \frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7!}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 7!} = 330$$

a. Misal kejadian terambilnya kelereng merah adalah A, maka:

$$n(A) = {}_6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!2\cdot 1} = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{330} = \frac{1}{22}$$

Jadi, peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{1}{22}$.

b. Misal kejadian terambilnya kelereng putih adalah B, maka:

$$n(B) = {}_5C_4 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5!}{4!1!} = \frac{5\cdot 4!}{4!1!} = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{330} = \frac{1}{66}$$

Jadi, peluang terambil kelereng putih adalah $\frac{1}{66}$.

c. Misal kejadian terambilnya 2 merah dan 2 putih adalah C, maka:

$$n(C) = {}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!}$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2!4!} \times \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$$

Jadi, peluang terambil 2 merah dan 2 putih adalah $\frac{5}{11}$.

d. Misal kejadian terambilnya 3 merah dan 1 putih adalah D, maka:

$$n(D) = {}_6C_3 \times {}_5C_1 = \frac{6!}{3!(6-3)!} \times \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{6!}{3!3!} \times \frac{5!}{1!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3!} \times \frac{5}{1 \cdot 1}$$

$$= 20 \times 5 = 100$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{100}{330} = \frac{10}{33}$$

Jadi, peluang terambil 4 merah dan 1 putih adalah $\frac{10}{33}$.

2. Kisaran Nilai Peluang

Jika kejadian A dalam ruang sampel S selalu terjadi maka n (A) = n (S), sehingga peluang kejadian A adalah: P (A) = $\frac{n\ (A)}{n\ (S)} = \frac{S}{S} = 1$

Contoh soal

Tentukan peluang-peluang kejadian berikut.

a. Setiap orang hidup pasti memerlukan makan

b. Dalam pelemparan sebuah dadu, berapakah peluang munculnya angka-angka di bawah 10?

Penyelesaian

a. Karena setiap orang hidup pasti memerlukan makan, sebab kalau tidak makan pasti meninggal.

Jadi n(A) = 1 dan n(S) = 1, maka:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = 1$$

b. S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} →n(S) = 6

A = munculnya angka-angka di bawah 10

= {1, 2, 3, 4, 5, 6}→n(A) = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

Jika kejadian A dalam ruang sampel S tidak pernah terjadi sehingga n(A) = 0, maka peluang kejadian A adalah: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini.

Contoh soal

Tentukan peluang kejadian-kejadian berikut.

a. Orang dapat terbang
b. Muncul angka tujuh pada pelambung sebuah dadu

Penyelesaian

a. Tidak ada orang dapat terbang, maka n(A) = 0

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

Jadi peluang orang dapat terbang adalah 0

b. Dalam pelambungan sebuah dadu angka tujuh tidak ada, maka n(A) = 0

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

Dari contoh soal di atas, maka kita dapat menentukan kisaran peluangnya adalah: jadi peluang muncul angka tujuh adalah 0

c. Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Frekuensi harapan dari sejumlah kejadian merupakan banyaknya kejadian dikalikan dengan peluang kejadian itu. Misalnya pada percobaan A dilakukan n kali, maka frekuensi harapannya ditulis sebagai berikut.

$$\boxed{F_n = n \times P(A)}$$

Perhatikan contoh berikut untuk lebih memahami.

Contoh soal

1. Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 240 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka.

   Penyelesaian

   S = {AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG} $\rightarrow$ n(S) = 8

   A = {AGG, GAG, GGA} $\rightarrow$ n(A) = 3

   $$F_n(A) = n \text{ x } P(A) = 240 \text{ x } \frac{n(A)}{n(S)}$$

   $$= 240 \text{ x } \frac{3}{8} = 90 \text{ kali}$$

2. Pada percobaan pelemparan 2 buah dadu sekaligus sebanyak 108 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya $A = \{(x, y) \mid x = 3\}$, x adalah dadu pertama dan y adalah dadu kedua.

   Penyelesaian

   S = {(1, 1), (1,2), (1,3), ..., (6,6)} $\rightarrow$ n(S) = 36
   A = {(3,1), (3, 2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)} $\rightarrow$ n(A)= 6

   $$F(A) = n \text{ x } P(A)$$

   $$= n \text{ x } \frac{n(A)}{n(S)}$$

   $$= 108 \text{ x } \frac{6}{36} = 18 \text{ kali}$$

LATIHAN 2.6

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Jika sebuah dadu dilambungkan sekali, tentukan peluang munculnya angka-angka:
   a. Lebih dari 4 c. Ganjil
   b. Kurang dari 3 d. Kelipatan 3
2. Jika sebuah dadu dilambungkan 360 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya angka-angka:
   a. Genap c. 8
   b. Prima d. Lebih dari 5

3. Dua buah dadu di lempar sekaligus. Jika x dadu pertama dan y dadu kedua, tentukan peluang terambilnya:
   a. $\{(x, y) \mid y = 3\}$
   b. $\{(x, y) \mid x + y = 10\}$
   c. $\{(x, y) \mid y = x + 1\}$
   d. $\{(x, y) \mid x + y = 12\}$
4. Dalam suatu kotak terdapat 10 bola, dimana 6 bola berwarna merah dan 4 bola berwarna putih. Jika 2 bola diambil sekaligus, berapakah peluang munculnya bola:
   a. Merah
   b. Putih
5. Dalam satu set kartu bridge, berapakah peluangnya jika terambil:
   a. Kartu AS berwarna merah
   b. Kartu yang bernomor kurang dari 6
   c. Kartu bernomor lebih dari 4
6. Dalam sebuah kotak terdapat 10 kartu bernomor 1 sampai 10, jika diambil satu kartu secara acak sampai 150 kali, berapakah frekuensi harapan munculnya:
   a. Nomor ganjil
   b. Nomor prima
   c. Nomor yang lebih dari 7

4. Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Untuk mempelajari peluang komplemen suatu kejadian, coba perhatikan contoh berikut.

Contoh soal

Pada pelemparan sebuah dadu sekali, berapakah peluang munculnya:

a. Nomor dadu ganjil
b. Nomor dadu tidak ganjil

Penyelesaian

a. Untuk menjawab permasalahan peluang munculnya nomor dadu ganjil kita lihat ruang sampel lebih dulu yaitu S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
   A adalah jika keluar nomor ganjil yaitu A = {1, 3, 5}, maka n(A) = 3 sehingga P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b. Peluang munculnya nomor dadu tidak ganjil kita sebut A^C (komplemen dari A), maka $A^C = \{2, 4, 6\}$ $\Rightarrow$ $n(A^C) = 3$, sehingga $P(A^C) = \frac{n(A)^C}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Dari contoh tersebut kita dapat mengambil kesimpulan bahwa:

$$P(A) + P(A^C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$P(A) + P(A^C) = 1 \text{ atau } P(A^C) = 1 - P(A)$$

Untuk lebih jelasnya, pelajarilah contoh soal berikut ini.

Contoh soal

Dalam sebuah kotak terdapat bola yang diberi nomor 1 sampai 10. Jika diambil sebuah bola, berapakah peluang munculnya:

a. Nomor prima
b. Bukan nomor prima

Penyelesaian

a. S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} $\longrightarrow$ n(S) = 10
   Misalnya munculnya nomor prima adalah A, maka:
   A = {2, 3, 5, 7} $\rightarrow$ n(A) = 4
   P(A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} = 0,4$
b. Bukan nomor prima = A^C, maka peluangnya = $P(A^C)$
   $P(A^C) = 1 - P(A)$
   $= 1 - 0,4 = 0,6$

5. Peluang Dua Kejadian Saling Asing

a. Peluang gabungan dua kejadian (kejadian A atau kejadian B) dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut.
   Misal A dan B adalah dua kejadian yang berbeda S, maka peluang kejadian A∪B ditentukan dengan aturan:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Contoh soal

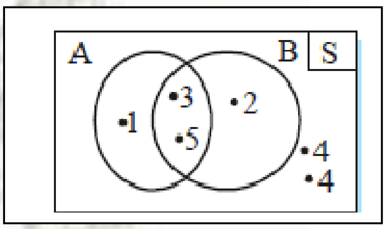
Dalam melambungkan sebuah dadu, jika A adalah kejadian munculnya bilangan ganjil dan B adalah kejadian munculnya bilangan prima. Tentukan peluang kejadian munculnya bilangan ganjil atau prima!

Penyelesaian

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

A = bilangan ganjil : {1, 3, 5} → P(A) = $\frac{3}{6}$

B = bilangan prima : {2, 3, 5} → P(B) = $\frac{3}{6}$



$$A \cap B = \{3, 5\} \rightarrow P\{A \cap B\} = \frac{2}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6-2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Jadi peluang kejadian munculnya bilangan ganjil atau prima adalah $\frac{2}{3}$

b. Peluang gabungan dua kejadian saling asing (kejadian A atau B dimana A dan B saling asing)
Karena A dan B saling asing maka A∩B = 0 atau P(A∩B) = 0
Sehingga: P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B)
P(A) + P(B) – 0

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Contoh soal

Dalam sebuah kantong terdapat 10 kartu, masing-masing diberi nomor yang berurutan, sebuah kartu diambil dari kantong secara acak, misal A adalah kejadian bahwa yang terambil kartu bernomor genap dan B adalah kejadian terambil kartu bernomor prima ganjil.

a. Selidikilah apakah kejadian A dan B saling asing
b. Tentukan peluang kejadian A atau B

Penyelesaian

a. $(A \cap B)$ { } maka A dan B saling asing

b. S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} $\rightarrow$ $P(A) = \frac{5}{10}$

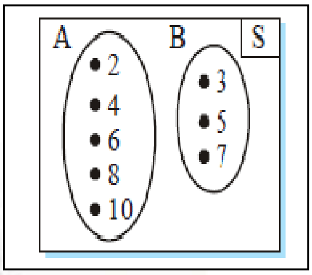
A = {2, 4, 6, 8, 10} $\rightarrow$ $P(B) = \frac{3}{10}$

B = {3, 5, 7} $\rightarrow$ $P(A \cap B) = 0$

$P(A \cap B)$ = { }

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$



6. Peluang Kejadian Saling Bebas

Jika kejadian A tidak memengaruhi terjadinya kejadian B dan sebaliknya atau terjadi atau tidaknya kejadian A tidak tergantung pada terjadi atau tidaknya kejadian B. Hal ini seperti digambarkan pada pelemparan dua buah dadu sekaligus.

A adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan B adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5 maka kejadian A dan kejadian B merupakan dua kejadian yang saling bebas, dan peluang kejadian ini dapat dirumuskan:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

Coba kamu pelajari contoh berikut untuk lebih memahami tentang kejadian saling bebas.

Contoh soal

Pada pelemparan sebuah dadu sekaligus. A adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan B adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5. Berapakah peluang terjadinya A, B dan $A \cap B$.

Penyelesaian

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), ..., (6, 6)} $\rightarrow$ $n(S) = 36$

A = {(3, 1), (3, 2), (3,3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)} $\rightarrow$ $n(A) = 6$

B = {(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5)} $\rightarrow$ $n(B) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

7. Peluang Kejadian Bersyarat

Dua kejadian disebut kejadian bersyarat atau kejadian yang saling bergantung apabila terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan memengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B. Peluang terjadinya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul adalah:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad \text{dengan syarat } P(B) \neq 0$$

Atau peluang terjadinya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad \text{dengan syarat } P(A) \neq 0$$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut.

Contoh soal

Dalam sebuah kotak terdapat 6 bola merah dan 4 bola putih. Jika sebuah bola diambil dalam kotak itu berturut-turut sebanyak dua kali tanpa pengembalian. Tentukan peluang yang terambil kedua-duanya bola merah.

Penyelesaian

$P(A) = \frac{6}{10}$; $P(B|A) = \frac{5}{9}$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

$= \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

Jadi, peluang yang terambil kedua-duanya bola merah tanpa pengembalian adalah $\frac{1}{3}$

LATIHAN 2.7

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Sebuah kartu diambil secara acak dari 52 buah kartu bridge. Tentukan peluang terambil kartu skop atau kartu berwarna merah.
2. Jika sebuah dadu dilempar sekali, tentukan peluang munculnya angka dadu bilangan prima atau bilangan genap.
3. Dalam pelemparan dua buah dadu sekaligus, berapaka peluang keluarnya dadu pertama angka 1 dan dadu kedua angka 4.
4. Dalam kantin sekolah terdapat 30 siswa, dimana 12 siswa sedang minum es dan makan soto, 20 siswa sedang minum es dan makan bakso, sedangkan 3 siswa hanya duduk. Tentukan peluang yang minum es saja.
5. Dalam kotak terdapat 10 bola, 5 bola berwarna putih, 1 bola berwarna merah dan lainnya berwarna kuning. Jika sebuah bola diambil secara acak, berapa peluang:
   a. Terambil bola berwarna kuning
   b. Terambil bola tidak berwarna kuning
6. Sebuah dadu dilempar satu kali. Tentukan keluarnya bilangan genap, bila telah diketahui telah keluar bilangan lebih dari 5.

EVALUASI

Pilihlah salah satu jawaban yang paling benar.

1. Terdapat 3 mata uang logam yang dilemparkan bersamaan. Tentukan besar frekuensi harapan peluang munculnya sisi muka lebih dari satu pada 64 percobaan pelemparan?
   A. 7
   B. 8
   C. 9
   D. 10
2. Tiga keping mata uang logam yang sama dilempar bersama-sama sebanyak 40 kali. Frekuensi harapan agar munculnya 2 gambar di sebelah atas adalah ...
   A. 10
   B. 20
   C. 25
   D. 15
3. Dari 60 kali pelemparan sebuah dadu, maka frekuensi harapan munculnya mata dadu faktor dari 6 adalah …
   A. 10 kali
   B. 20 kali
   C. 30 kali
   D. 40 kali
4. Dari 900 kali percobaan lempar undi dua buah dadu bersama-sama, frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 5 adalah …
   A. 300
   B. 225
   C. 180
   D. 100
5. Jika sebuah dadu dilempar 36 kali, maka frekuensi harapan muncul mata dadu bilangan prima adalah …
   A. 6 kali
   B. 12 kali
   C. 18 kali
   D. 24 kali

6. Sebuah dadu di lempar sebanyak 50 kali . frekuensi harapan munculnya mata genap adalah
   A. 22
   B. 24
   C. 25
   D. 26
7. Peluang seorang anak terkena penyakit demam adalah 0,40. Berapa peluang seorang anak tidak terkena penyakit demam?
   A. 1,5
   B. 2,6
   C. 1,2
   D. 0.6
8. Dalam setiap hari diperkirakan bahwa kemungkinan seorang anak terlambat masuk les adalah 0,05. Dari 300 anak berapa anak, diperkirakan terlambat les ?
   A. 15
   B. 10
   C. 30
   D. 25
9. Pada percobaan melantunkan dua dadu secara bersama, tentukanlah banyaknya anggota titik sampelnya .
   A. 20
   B. 26
   C. 30
   D. 36

10. Sebuah kantong berisi 100 kartu yang diberi nomor 2 sampai dengan 101. Sebuah kartu diambil secara acak dari kantong itu. Tentukan peluang terambil kartu yang merupakan bilangan kuadrat ?

    A. $\frac{3}{100}$
    B. $\frac{6}{100}$
    C. $\frac{9}{100}$
    D. $\frac{12}{100}$

11. Kartu diberi nomor 1,2,3,….16,17. dimasukkan dalam sebuah kotak. Sebuah kartu diambil dari kotak secara acak. Tentukan peluang terambil kartu bernomor yang habis dibagi 2 dan 3.

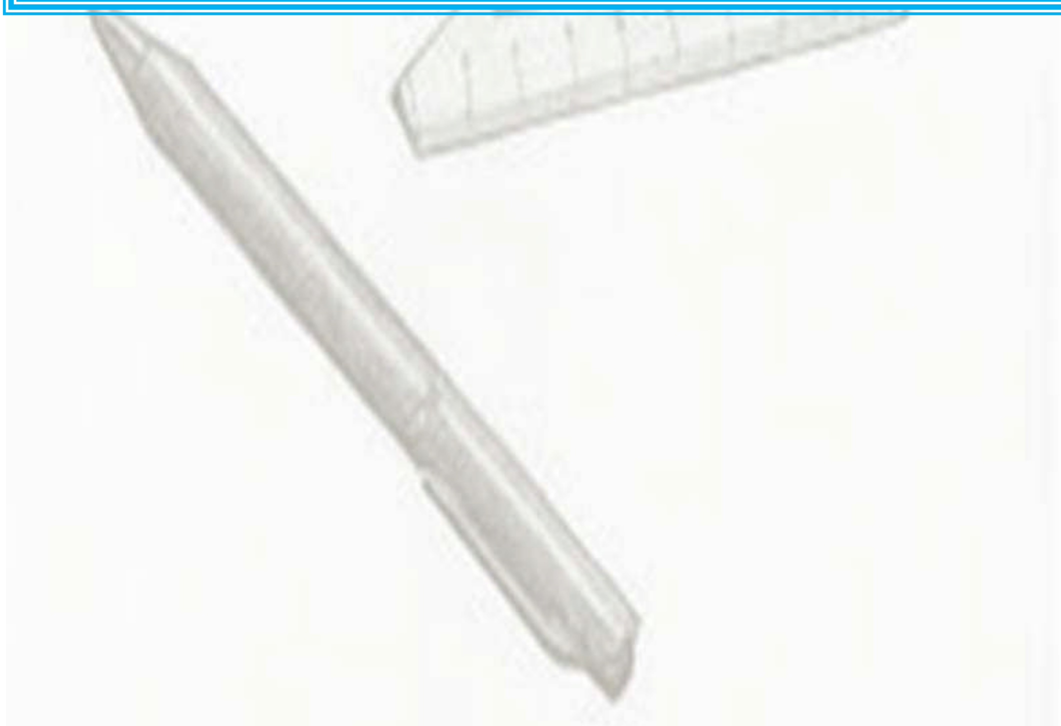
    A. 2/17
    B. 3/17
    C. 4/17
    D. 5/17

12. Sebuah tas berisi 5 bola merah dan beberapa bola biru, sebuah bola diambil secara acak dari tas. Jika peluang terambil sebuah bola biru sama dengan dua kali peluang terambil sebuah bola merah. Berapa banyak bola biru yang terdapat dalam tas.

    A. 5
    B. 10
    C. 15
    D. 20

13. Nilai n yang memenuhi untuk nP5 = 9. (n-1)P4 ?
    A. 5
    B. 6
    C. 7
    D. 9
14. Jika (n+2)C5 = 2. (n+1)C4. Maka nilai dari 2n + 3 adalah…
    A. 18
    B. 19
    C. 20
    D. 21
15. Suatu keluarga yang terdiri atas 6 orang duduk mengelilingi sebuah meja makan yang berbentuk lingkaran. Berapa banyak cara agar mereka dapat duduk mengelilingi meja makan dengan cara yang berbeda?
    A. 110
    B. 120
    C. 130
    D. 140
16. Berapa banyak susunan huruf yamg terbentuk dari B E R J E J E R?
    A. 1680
    B. 1780
    C. 1880
    D. 1980
17. Dari 9 buah kelereng , 2 buah berwarna merah , 4 buah berwarna kuning, dan 3 buah berwarna hitam. Berapa banyak untuk menyusun 9 buah kelereng itu secara berdampingan?
    A. 1260
    B. 4260
    C. 5260
    D. 6260

18. Hitunglah konbinasi dari C_2^5 !
    A. 5
    B. 10
    C. 15
    D. 20
19. Sebuah dadu berisi enam di lempar sekali. Berapa peluang kejadian munculnya mata dadu bukan angka 2?
    A. 5/6
    B. 6/5
    C. 7/6
    D. 8/6
20. Dimana 4 diantaranya adalah kejadian dimana sisi muka muncul lebih dari satu, yakni: MMM, MMB, MBM, BMM.
    A. 36
    B. 34
    C. 32
    D. 30

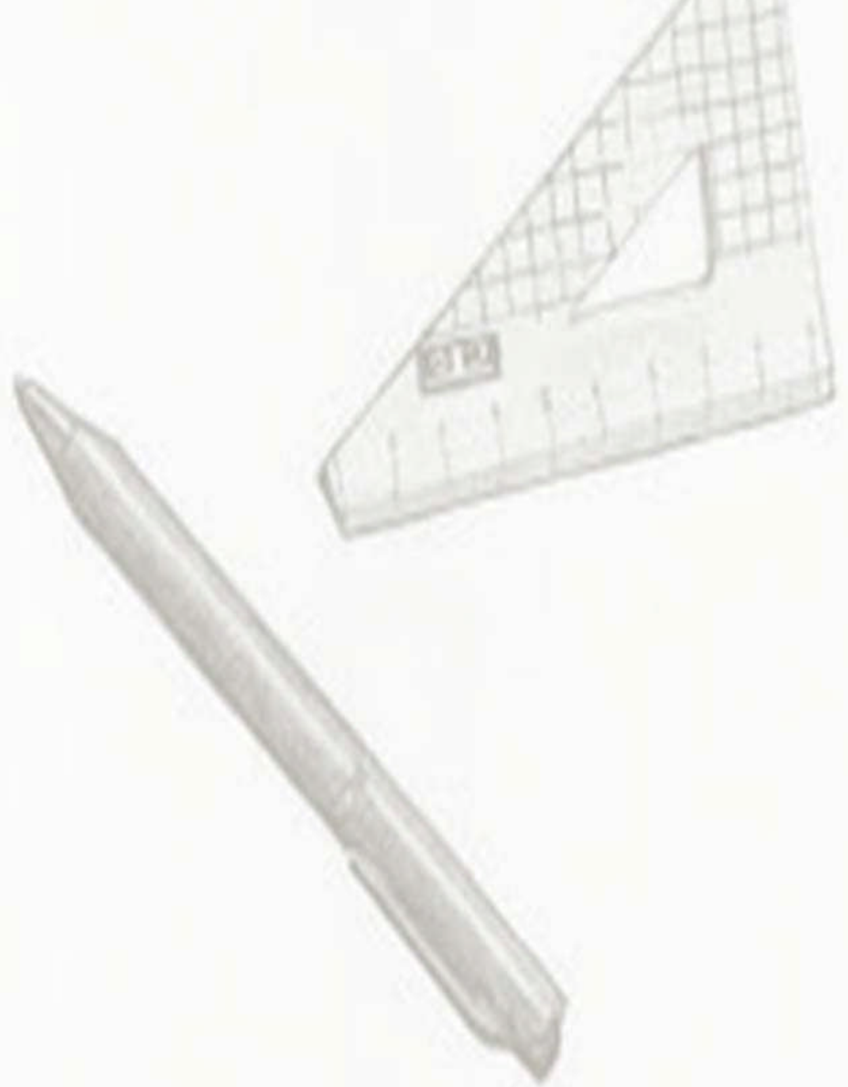


DAFTAR PUSTAKA

Soedyarto Nugroho,Maryanto.2008.*MATEMATIKA untuk SMA dan MA Kelas XIProgram IPA*.Jakarta: Pusat Prbukuan, Departemen Pendidikan Nasional.

Bird John.2002.*MATEMATIKA DASAR Teori dan Aplikasi Praktis*.Jakarta: Erlangga.

http//belajar-ilmupendidikan.blogspot.com/2010/08/soal-peluang-dan-pembahasan-nya-dalam.html



Petunjuk Penggunaan Quis Makker

1. Belilah modul logika matematika ini terlebih dahulu.
2. Setelah membeli modul, ambilah CD yang terdapat pada modul ini.
3. Keluarkan CD dari kotaknya.
4. Nyalakan laptop atau komputer.
5. Masukan CD ke laptop atau komputer.
6. Klik menu Windows Explorer.
7. Klik file yang terdapat di CD.
8. Masukkan password : “123456” supaya bisa menjalankan Quiz Makker ini.
9. Klik start untuk memulai Quiz Makker ini.
10. Ikuti petunjuk yang tertera di Quiz Makker untuk menjawab pertanyaan yang telah disajikan.
11. Jawablah semua pertanyaan yang disajikan.
12. Setelah semua pertanyaan dijawab, klik “submit” untuk mengetahui skor yang Anda dapatkan.
13. Klik “review feedback” untuk melihat jawaban yang benar.

BIODATA PENULIS

IVON GRIANI

TT L : Cirebon,19 Oktober 1993

Jenis kelamin : Perempuan

Agama : Islam

Alamat : Jl. Sunan gunung jati, Gg. Mandiri 2,
RT/RW 02/01, Blok Akad,Ds. Suranenggala kidul,
Kec. Suranenggala, Kab. Cirebon, Prov. Jawa Barat

No HP : 083824305653

BB : 2640A823

Email, FB, Twi : ivongriani.ig@gmail.com, ivon griani, @iivon_griani

WIDHA WISNU WARDHANI

TT L : Cirebon,24 Januari 1994

Jenis kelamin : Perempuan

Agama : Islam

Alamat : Blok karang anyar, Ds Palimanan Timur
Kec. Palimanan, Kab Cirebon
Prov. Jawa Barat

No HP : 089618641401

Email, FB, : wisnuwardhani24@gmail.com, wisnu wardhani

Diskripsi kerja kelompok

1. Pembuatan modul pembelajaran.
   Modul ini dibuat oleh dua orang yaitu Ivon Griani dan Widha Wisnu Wardhani. Widha bertugas mencari materi dan mengetik dan mengetik materi modul pembelajaran tersebut, sedangkan Ivon bertugas mengedit dan menyusun modul pembelajaran. Modul pembelajaran ini dikerjakan dalam waktu dua minggu dan dikerjakan di rumah, kampus 2 Unswagati, radar.

2. Pembuatan Quis Makker.
   Pembuatan Quis Makker dikerjakan oleh Ivon Griani dan dibantu oleh Widha Wisnu Wardhani. Pembuatan Quis Makker ini dikerjakan di rumah dan di radar, pembuatan Quis Makker ini memerlukan waktu satu minggu.